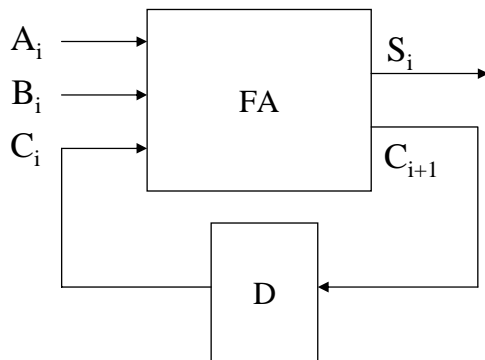


## 5<sup>η</sup> Θεματική Ενότητα : Συνδυαστικά Κυκλώματα με MSI

### Δυαδικός Αθροιστής & Αφαιρέτης

Δείκτης $i$	4	3	2	1		Πλήρης-αθροιστής του σχήμ. 4-5
Κρατούμενο εισόδου	0	1	1	0	$C_i$	$z$
Προσθετέος	1	0	1	1	$A_i$	$x$
Προσθετέος	0	0	1	1	$B_i$	$y$
Άθροισμα	1	1	1	0	$S_i$	$s$
Κρατούμενο εξόδου	0	0	1	1	$C_{i+1}$	$C$

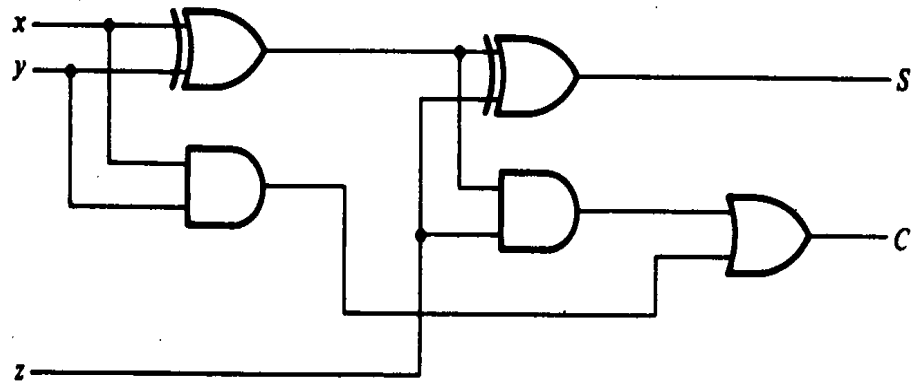


Σειριακός Αθροιστής

**Σειριακός Αθροιστής:** απαιτεί 1 πλήρη αθροιστή, 1 στοιχείο μνήμης και παράγει το αποτέλεσμα σε  $n$  κύκλους ρολογιού.

**Παράλληλος Αθροιστής:** απαιτεί  $\geq n$  πλήρη αθροιστές και παράγει το αποτέλεσμα σε 1 κύκλο

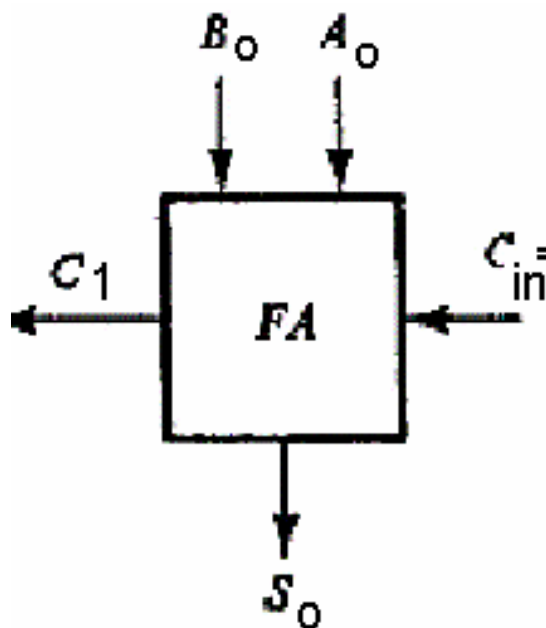
# 1 bit FA



Συνδυαστικά Κυκλώματα με MSI

3

# 1 bit FA

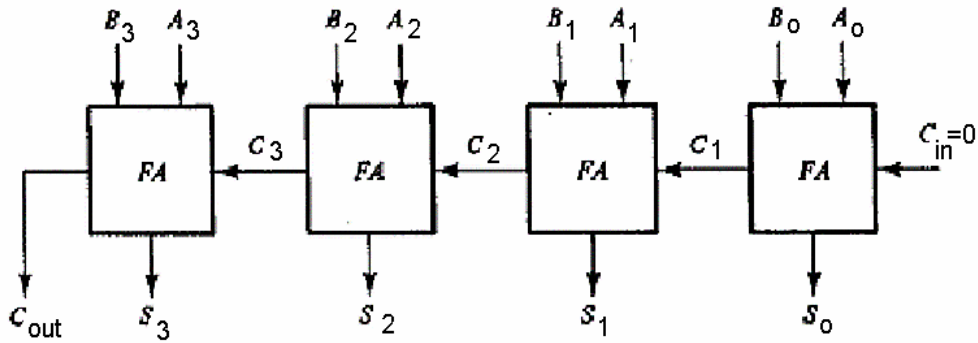


Συνδυαστικά Κυκλώματα με MSI

4

---

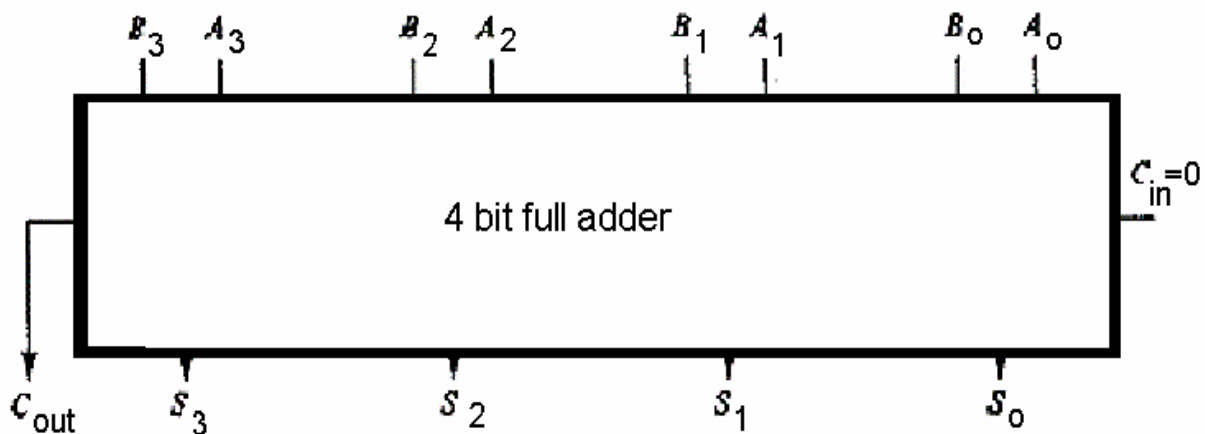
## Παράλληλος Δυαδικός Αθροιστής



(α) Παράλληλος Αθροιστής τεσσάρων bits

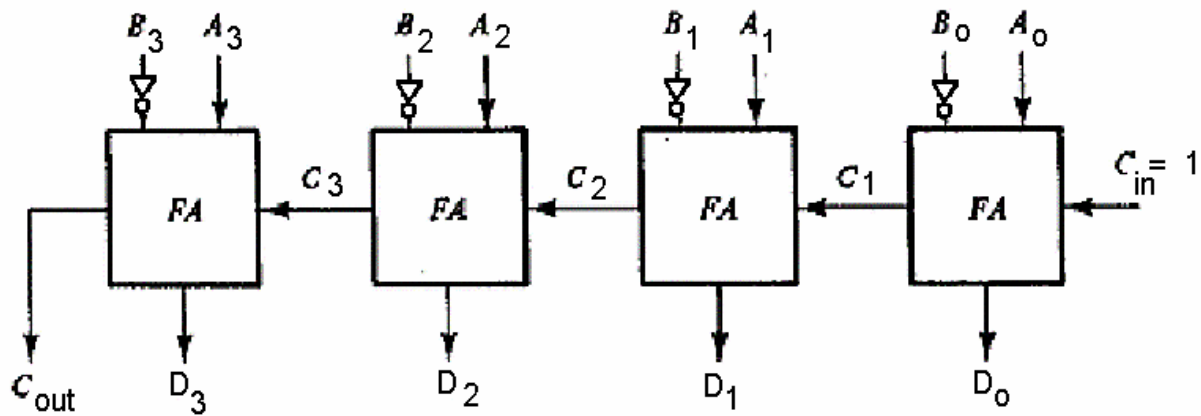
*Υλοποίηση με συναρτήσεις:* Πίνακας αλήθειας με 9 εισόδους και  $2^{29}=512$  καταστάσεις

## Παράλληλος Δυαδικός Αθροιστής



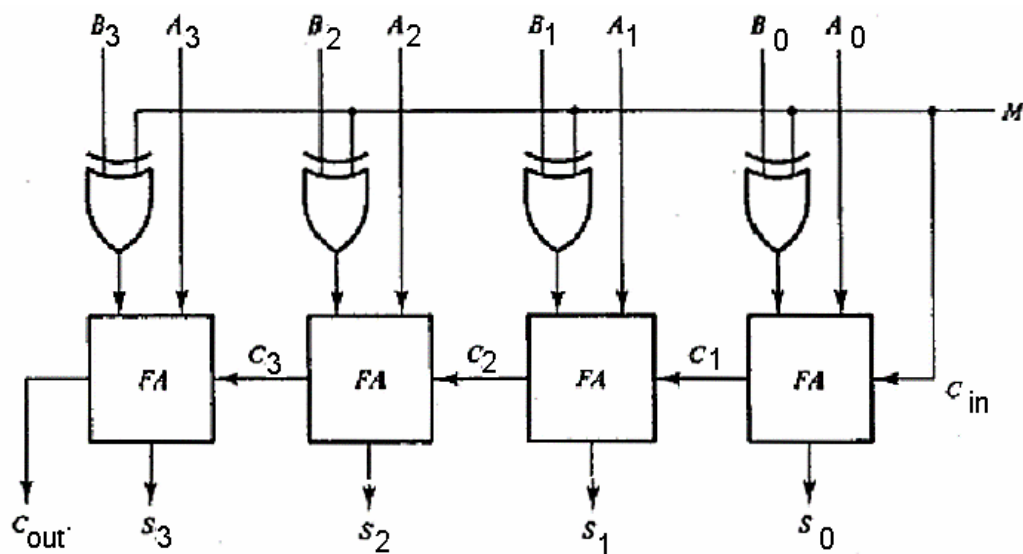
(α) Παράλληλος Αθροιστής τεσσάρων bits

## Παράλληλος Δυαδικός Αφαιρέτης



(α) Παράλληλος Αφαιρέτης τεσσάρων bits

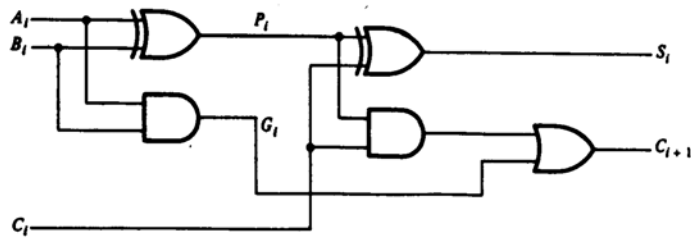
## Παράλληλος Δυαδικός Αθροιστής/Αφαιρέτης



Αθροιστής-Αφαιρέτης τεσσάρων-bits

## Διάδοση Κρατουμένου

**Καθυστέρηση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων:** Επίπεδα Πυλών x Καθυστ. Πύλης  
**Παράλληλος Αθροιστής:** Μεγαλύτερη καθυστέρηση οφείλεται στο κρατούμενο



- 2 επίπεδα διάδοσης κρατουμένου
- 2xn επίπεδα για τον παράλληλο αθροιστή n bits

Ο χρόνος διάδοσης κρατουμένου είναι πολύ μεγάλος

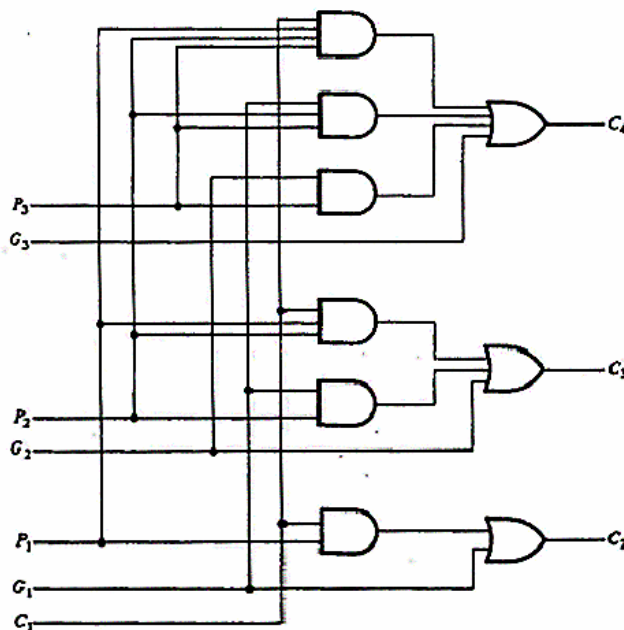


Η πρόσθεση είναι η συχνότερη πράξη

Μείωση χρόνου διάδοσης κρατουμένου

- ↙ Χρήση γρηγορότερων πυλών (άνω όριο)
- ↘ Αύξηση πολυπλοκότητας κυκλώματος (carry look-ahead)

## Αθροιστής Carry Look Ahead



$P_i = A_i \oplus B_i$	$S_i = P_i \oplus C_i$
$G_i = A_i B_i$	$C_{i+1} = G_i + P_i C_i$
Διαδοτής Κρατουμένου ↑ Γεννητής Κρατουμένου	

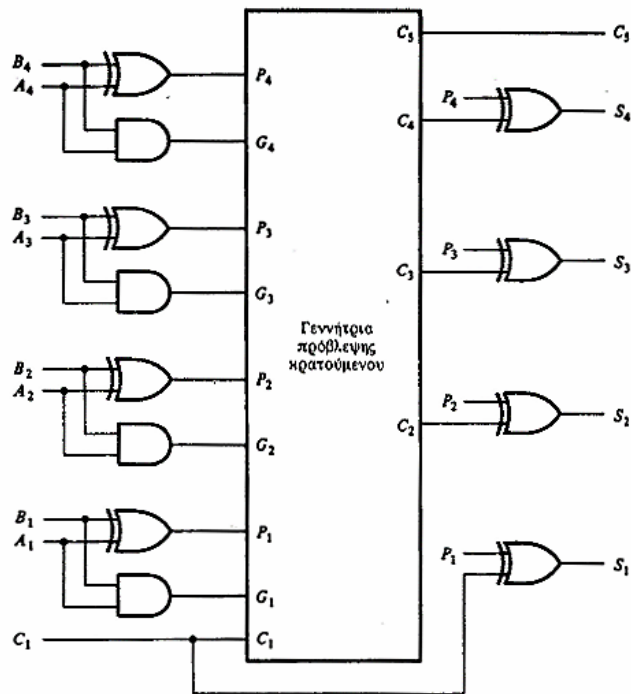
$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

$$C_3 = G_2 + P_2 C_2 = G_2 + P_2(G_1 + P_1 C_1) = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$$

$$C_4 = G_3 + P_3 C_3 = \dots = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$$

**ΣΧΗΜΑ 5-4**  
 Λογικό διάγραμμα μιας γεννήτριας πρόβλεψης κρατουμένου

# Αθροιστής Carry Look Ahead



ΣΧΗΜΑ 5-5  
Πλήρεις αθροιστές τεσσάρων bits με πρόβλεψη κρατούμενου

Κεφ 1 ←\*\*\*\*\*

Κεφ 2

Κεφ 3 εκτος 3.9

Κεφ 4 εκτός 4.11

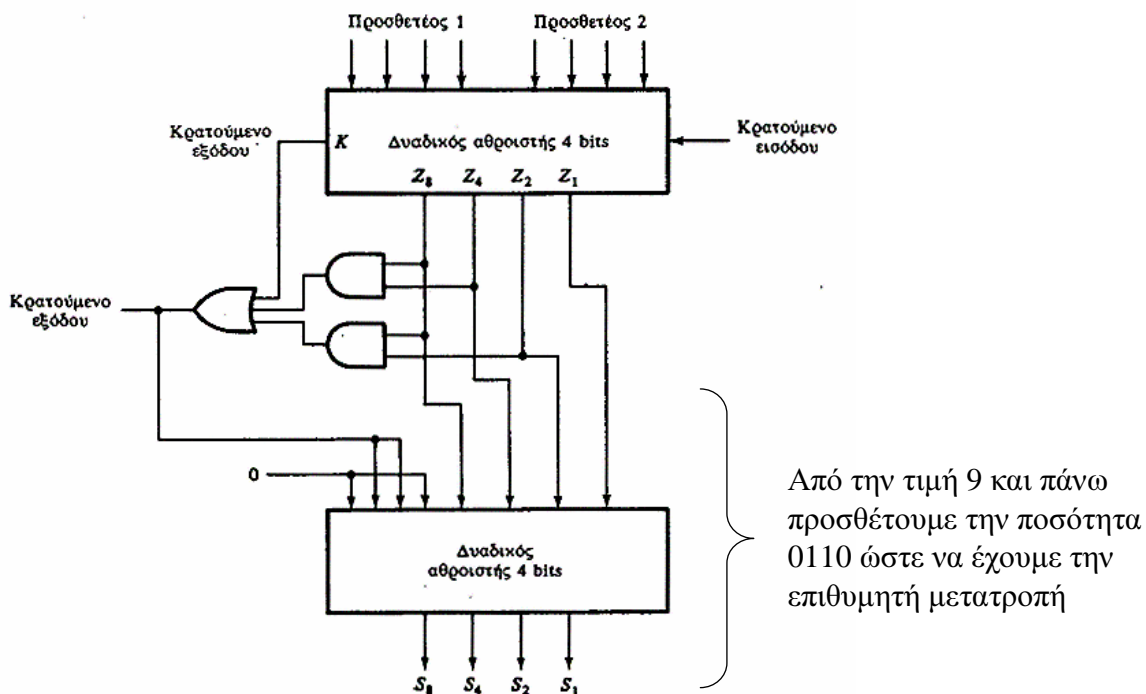
Κεφ 5 εκτός 5.5,5.6



# Δεκαδικός Αθροιστής

- Κωδικοποίηση πληροφοριών: πρόσθεση κωδικοπ. Πληροφορ. Τρόποι υλοποίησης:
- 1. Σχεδιασμός συνδυαστικού κυκλώματος με 9 εισόδους και 5 εξόδους (512 καταστ).
- 2. Υλοποίηση με κυκλώματα πλήρη αθροιστή λαμβάνοντας υπόψιν το γεγονός ότι 6 συνδυασμοί σε κάθε είσοδο 4 bits δεν χρησιμοποιούνται
- Όταν  $C=1$  πρέπει να προσθέσουμε στο δυαδικό άθροισμα το 0110 και παίρνουμε το BCD αποτέλεσμα
- $C = K + Z_8Z_4 + Z_8Z_2$

## Δεκαδικός Αθροιστής



ΣΧΗΜΑ 5-6  
Σχηματικό διάγραμμα ενός αθροιστή BCD

# Συγκριτής Μεγέθους

Συγκριτής Μεγέθους: συγκρίνει δύο αριθμούς και βρίσκει την σχέση τους (<, >, =).

Για δύο αριθμούς των n bits έχουμε  $2^{2n}$  συνδυασμούς (πολύ μεγάλο).

Το κύκλωμα του συγκριτή έχει αρκετή κανονικότητα (αλγοριθμικός σχεδιασμός)

## Ισότητα

$$A = A_3A_2A_1A_0 \quad B = B_3B_2B_1B_0 \quad x_i = A_iB_i + A_i'B_i' \quad (A=B) = x_3x_2x_1x_0$$

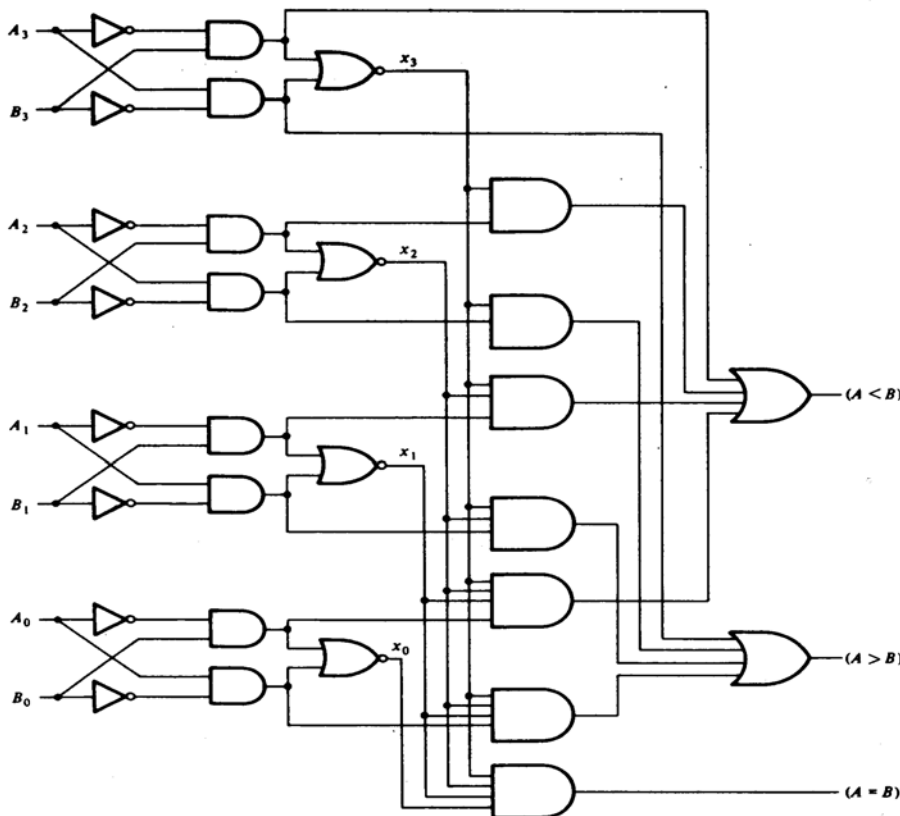
## Ανισότητα

$(A > B) = A_3B_3' + x_3A_2B_2' + x_3x_2A_1B_1' + x_3x_2x_1A_0B_0'$  : δίνει 1 μόνο όταν  $A_i=1$  και  $B_i=0$  με  $A_j=B_j$  για  $j > i$  δηλαδή ελέγχει από αριστερά προς δεξιά ένα ένα τα bits.

$$(A < B) = B_3A_3' + x_3B_2A_2' + x_3x_2B_1A_1' + x_3x_2x_1B_0A_0'$$



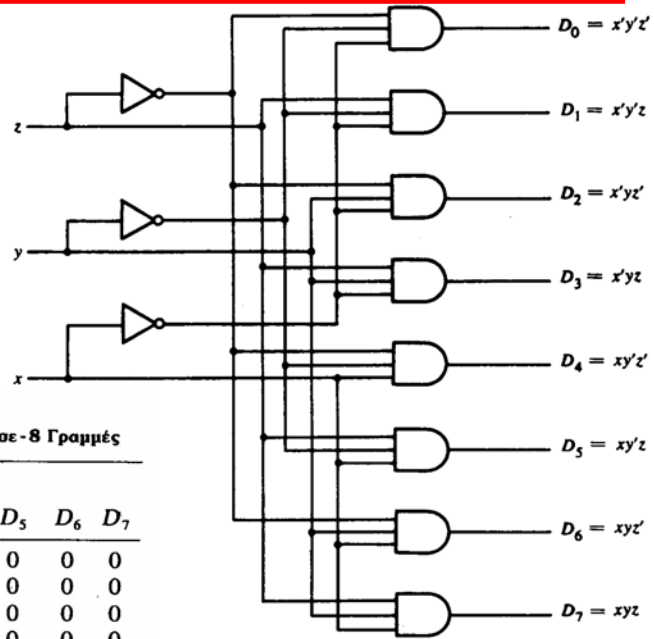
Πλεονέκτημα : Η κανονικότητα του κυκλώματος



ΣΧΗΜΑ 5 - 7  
Συγκριτής μεγέθους τεσσάρων bits

# Αποκωδικοποιητές - Κωδικοποιητές

**Αποκωδικοποιητής:** κύκλωμα που μετατρέπει την δυαδική πληροφορία των  $n$  γραμμών εισόδου σε  $2^n$  μοναδικές γραμμές εξόδου (ελαχιστόροι  $n$  μεταβλητών)



**ΠΙΝΑΚΑΣ 5-2**  
Πίνακας Αληθείας ενός Αποκωδικοποιητή από 3-σε-8 Γραμμές

Είσοδοι			Έξοδοι							
$x$	$y$	$z$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$	$D_7$
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

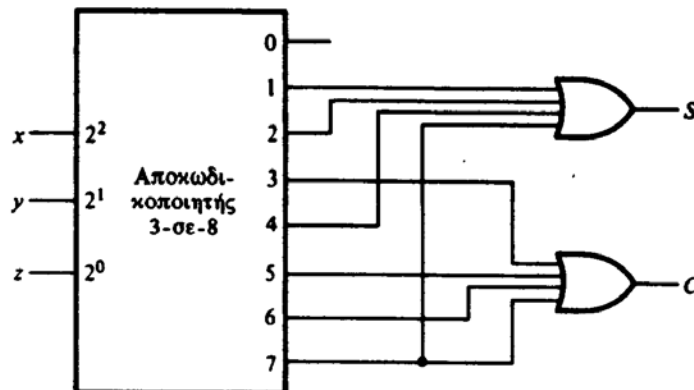
## Υλοποίηση Συνδυαστικής Λογικής

Αφού ο αποκωδικοποιητής παράγει τους  $2^n$  ελαχιστόρους μπορεί να υλοποιήσει οποιαδήποτε συνάρτηση με προσθήκη πυλών OR

Παράδειγμα: Υλοποίηση πλήρους αθροιστή

$$S(x,y,z)=\Sigma(1,2,4,7)$$

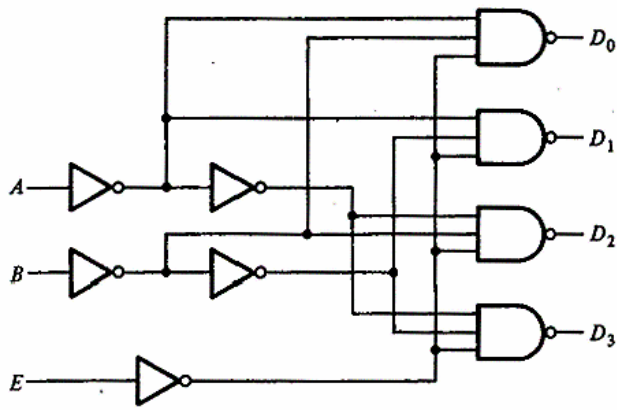
$$C(x,y,z)=\Sigma(3,5,6,7)$$



**ΣΧΗΜΑ 5-9**

Υλοποίηση ενός πλήρη-αθροιστή με αποκωδικοποιητή

# Αποκωδικοποιητές



(α) Λογικό διάγραμμα

$E$	$A$	$B$	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$
1	X	X	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0

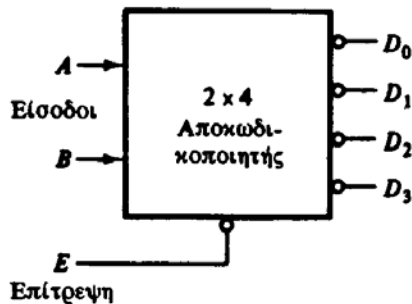
(β) Πίνακας αληθείας

**ΣΧΗΜΑ 5-10**

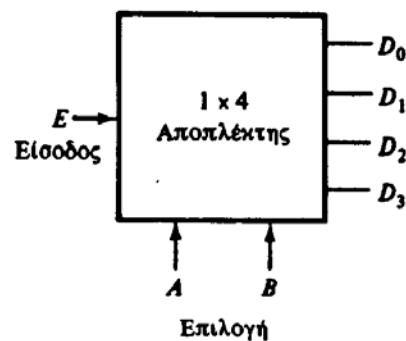
Ένας αποκωδικοποιητής από-2-σε-4 γραμμές, με είσοδο επίτρησης ( $E$ )

# Αποπλέκτης

Είναι ουσιαστικά ένας αποκωδικοποιητής με συμπληρωματικές εξόδους και είσοδο επίτρησης. Μεταβιβάζει τις πληροφορίες από την είσοδο επίτρησης σε οποιαδήποτε έξοδο επιλέγουν οι υπόλοιπες εισόδους



(α) Αποκωδικοποιητής με επίτρηση

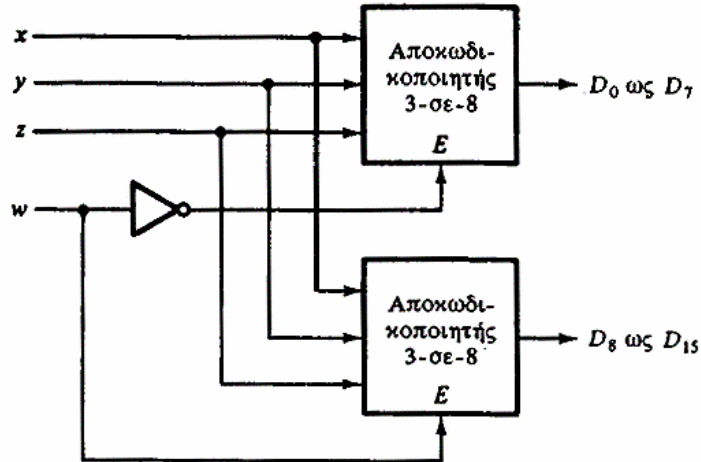


(β) Αποπλέκτης

**ΣΧΗΜΑ 5-11**

Σχηματικά διαγράμματα για το κύκλωμα του Σχ. 5-12

## Αποκωδικοποιητές



Επέκταση Αποκωδικοποιητή με χρήση πολλών αποκωδικοποιητών  $\Rightarrow$  2 αποκωδικοποιητές 3 σε 8 δίνουν 1 αποκωδικοποιητή 4 σε 16

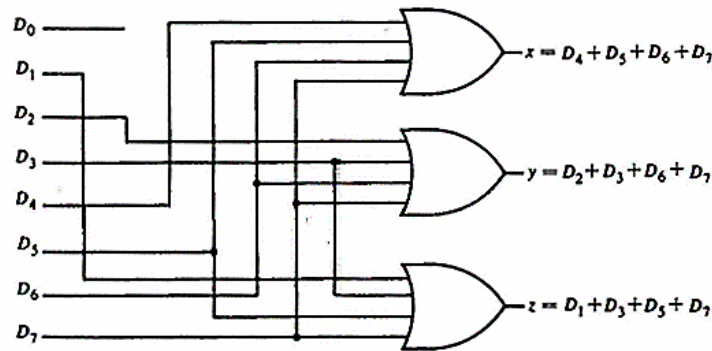
## Κωδικοποιητές

Ο Κωδικοποιητής εκτελεί την αντίστροφη λειτουργία από τον Αποκωδικοποιητή: Έχει 2<sup>n</sup> γραμμές εισόδου και n γραμμές εξόδου και δίνει τον δυαδικό κώδικα που αντιστοιχεί στις γραμμές εισόδου.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5-3**  
Πίνακας Αληθείας Κωδικοποιητή από Οκταδικό σε Δυαδικό

Είσοδοι								Έξοδοι		
D <sub>0</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>	D <sub>6</sub>	D <sub>7</sub>	x	y	z
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

# Κωδικοποιητές



**ΣΧΗΜΑ 5-13**  
Κωδικοποιητής από οκταδικό σε δυαδικό

Προβλήματα:

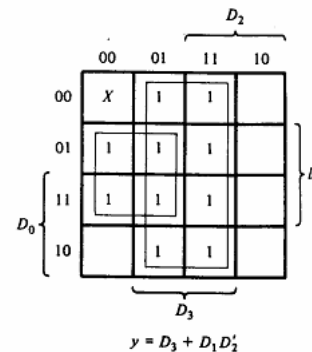
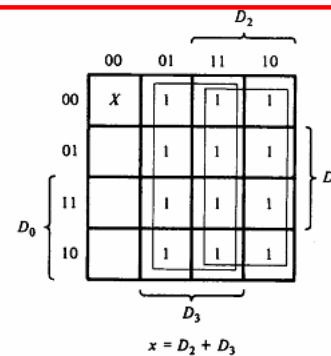
- Όταν περισσότερες της μίας εισοδοι είναι στον άσσο τότε η έξοδος είναι απροσδιόριστη (Λύση: προτεραιότητα)
- Όταν όλες οι εισοδοι είναι στο μηδέν τότε η έξοδος είναι 000 που δεν είναι σωστό αφού η  $D_0 \neq 1$  (Λύση: διάκριση της κατάστασης)

# Κωδικοποιητές Προτεραιότητας

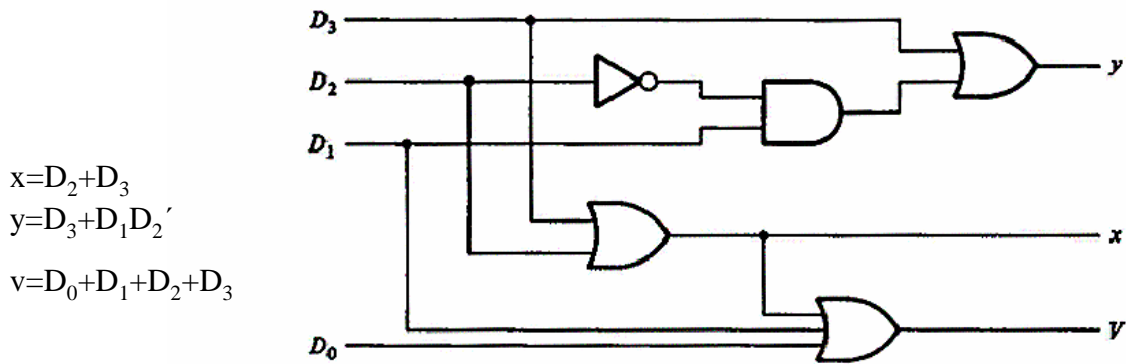
Ο Κωδικοποιητής εκτελεί την αντίστροφη λειτουργία από τον Αποκωδικοποιητή: Έχει  $2^n$  γραμμές εισόδου και  $n$  γραμμές εξόδου και δίνει τον δυαδικό κώδικα που αντιστοιχεί στις γραμμές εισόδου.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5-4**  
Πίνακας Αληθείας για έναν Κωδικοποιητή Προτεραιότητας

Είσοδοι				Έξοδοι		
$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	X	Y	V
0	0	0	0	X	X	0
1	0	0	0	0	0	1
X	1	0	0	0	1	1
X	X	1	0	1	0	1
X	X	X	1	1	1	1



## Κωδικοποιητές Προτεραιότητας

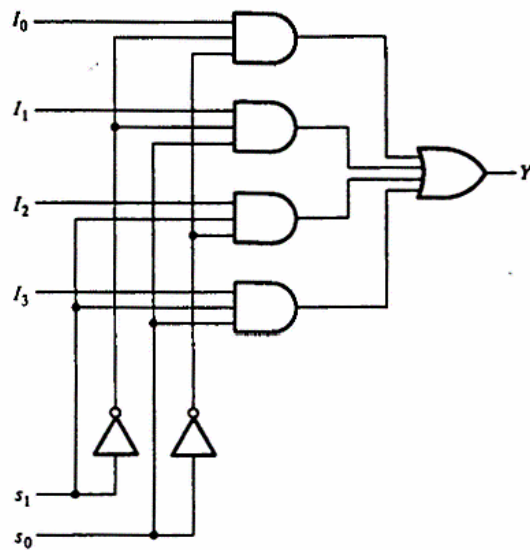


**ΣΧΗΜΑ 5-15**  
Κωδικοποιητής προτεραιότητας τεσσάρων εισόδων

Λύνει το πρόβλημα της επιλογής όταν περισσότερες της μίας εισόδων είναι στον άσσο: επιλέγει αυτήν με την μεγαλύτερη προτεραιότητα

## Πολυπλέκτες

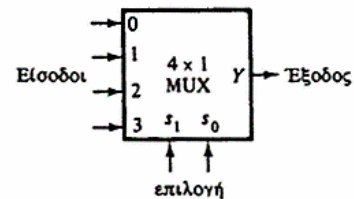
Ο Πολυπλέκτης είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που επιλέγει δυαδικές πληροφορίες ανάμεσα σε πολλές γραμμές εισόδου και τις κατευθύνει σε μία γραμμή εξόδου



(α) Λογικό διάγραμμα

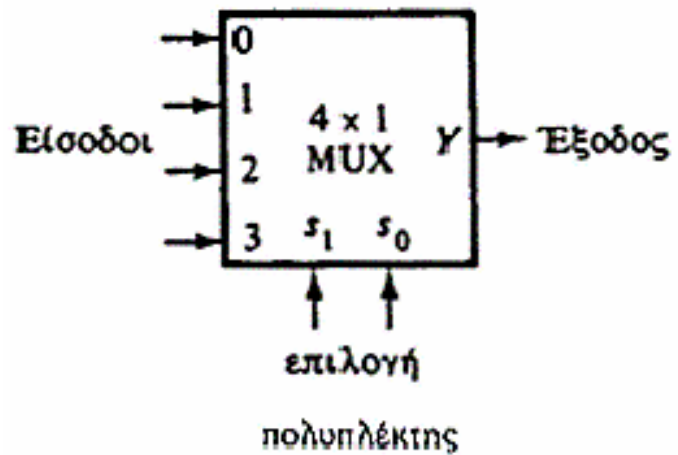
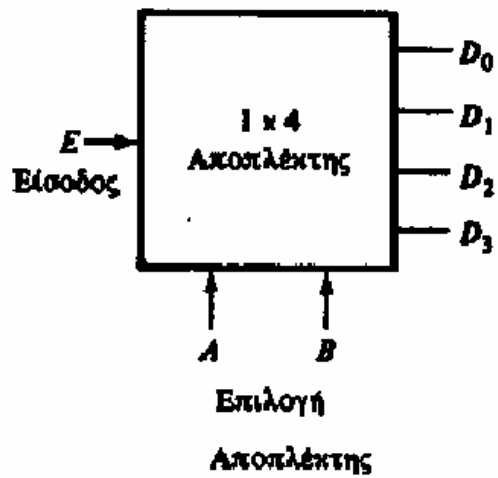
$s_1$	$s_0$	$Y$
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

(β) Πίνακας της συνάρτησης



(γ) Σχηματικό διάγραμμα

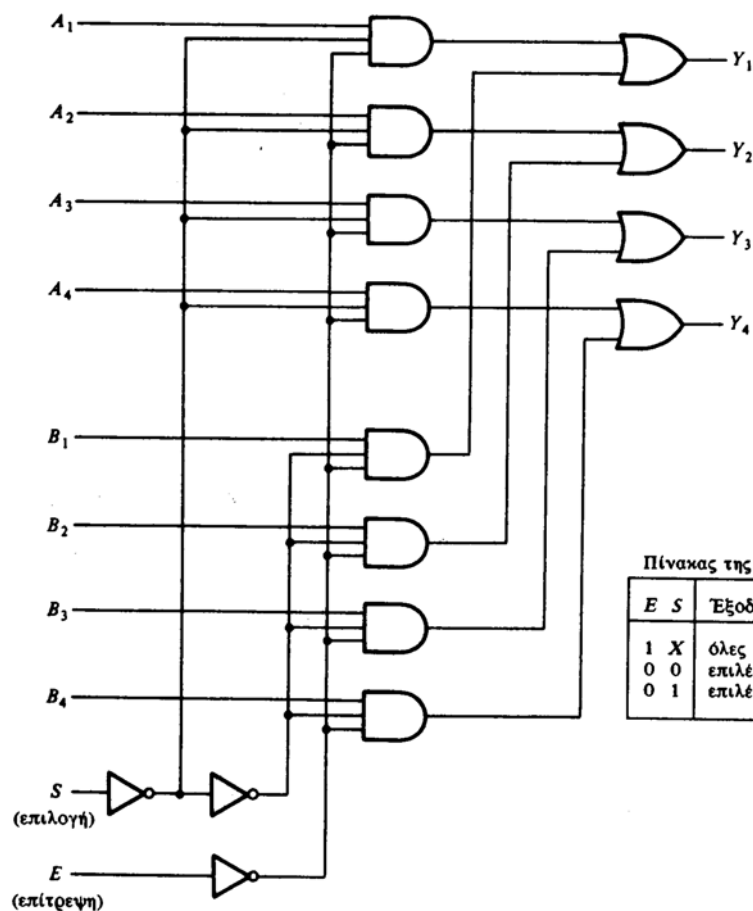
**ΣΧΗΜΑ 5-16**  
Ένας πολυπλέκτης 4-σε-1 γραμμών



### Τετραπλός Πολυπλεκτής

2 σε 1

Η είσοδος Επίτρευσης (E) τοποθετείται για λόγους επέκτασης.



Πίνακας της συνάρτησης

E	S	Έξοδος Y
1	X	όλες 0
0	0	επιλέγονται οι A
0	1	επιλέγονται οι B

# Υλοποίηση Συναρτήσεων Boole

Αλγόριθμος υλοποίησης συνάρτησης με χρήση πολυπλέκτη:

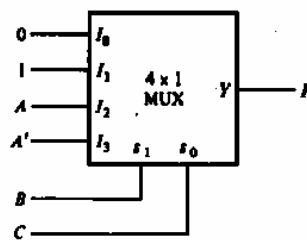
1. Εκφράζουμε την συνάρτηση σε άθροισμα ελαχιστόρων.
2. Συνδέουμε τις  $n-1$  μεταβλητές στις γραμμές επιλογής και κρατάμε την αριστερότερη (πιο σημαντική) έστω  $A$ .
3. Καταγράφουμε τις εισόδους του πολυπλέκτη και κάτω από αυτές όλους τους ελαχιστόρους σε δύο σειρές (αντίστοιχα για  $A=0$  και  $A=1$ ).
4. Σημειώνουμε τους ελαχιστόρους που έχει η συνάρτηση.
5. Σε κάθε στήλη βάζουμε 0 αν δεν έχει σημειωθεί ελαχιστόρος, 1 αν έχουν σημειωθεί και οι δύο,  $A'$  αν έχει σημειωθεί ο πάνω και  $A$  αν έχει σημειωθεί ο κάτω ελαχιστόρος.

*Τα κυκλώματα με λίγες εξόδους υλοποιούνται καλύτερα με πολυπλέκτες, ενώ αυτά με πολλές εξόδους υλοποιούνται καλύτερα με αποκωδικοποιητές*

# Υλοποίηση Συναρτήσεων Boole

Κάθε πολυπλέκτης  $2^n$  σε 1 μπορεί να υλοποιήσει οποιαδήποτε συνάρτηση  $n$  μεταβλητών ως εξής:

1. Βάζουμε τις  $n-1$  μεταβλητές στις εισόδους επιτροπής.
2. Χρησιμοποιούμε την τελευταία μεταβλητή για τις εισόδους.



(α) Υλοποίηση με πολυπλέκτη

Ελαχιστόρος	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

(β) Πίνακας αληθείας

	$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$
$A'$	0	①	2	③
$A$	4	⑤	⑥	7
	0	1	$A$	$A'$

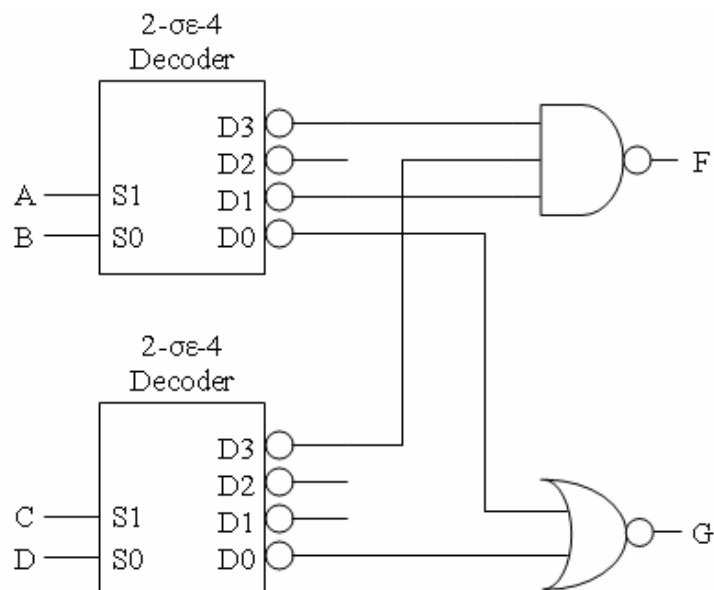
(γ) Πίνακας υλοποίησης

**ΣΧΗΜΑ 5-18**

Υλοποίηση της  $F(A,B,C) = \Sigma(1,3,5,6)$  με πολυπλέκτη

# Ασκήσεις

Να γράψετε τις συναρτήσεις  $F(A,B,C,D)$  και  $G(A,B,C,D)$ , που υλοποιεί το παρακάτω κύκλωμα σε ελάχιστη μορφή αθροίσματος γινομένων καθώς και σε κανονική μορφή αθροίσματος ελάχιστων όρων (sum of minterms). (Το ψηφίο A είναι το ΠΣΨ).



- Από τη λειτουργία του αποκωδικοποιητή με ανεστραμμένες (active low) εξόδους έχουμε:
- Για τον επάνω decoder:  $D0 = (A' \cdot B')'$ ,  $D1 = (A' \cdot B)'$ ,  $D2 = (A \cdot B')'$ ,  $D3 = (A \cdot B)'$ .
- Για τον κάτω decoder:  $D0 = (C' \cdot D')'$ ,  $D1 = (C' \cdot D)'$ ,  $D2 = (C \cdot D')'$ ,  $D3 = (C \cdot D)'$ .

Οι **F** και **G** υπολογίζονται σαν (ελάχιστα) αθροίσματα ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= ((A \cdot B)' \cdot (A' \cdot B)')' = \\
 &= (A \cdot B)'' + (A' \cdot B)'' = \\
 &= A \cdot B + A' \cdot B = \\
 &= (A + A') \cdot B = \\
 &= 1 \cdot B + C \cdot D = B + C \cdot D.
 \end{aligned}$$

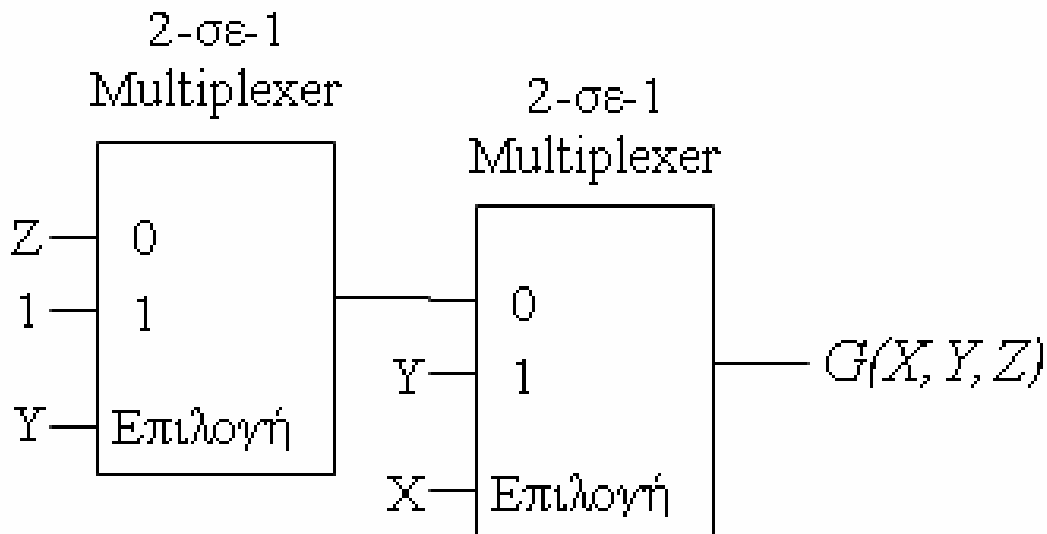
$$\begin{aligned}
 \mathbf{G} &= ((A' \cdot B')' + (C' \cdot D'))' = (A' \cdot B')'' \cdot \\
 &= (C' \cdot D')'' = A' \cdot B' \cdot C' \cdot D'.
 \end{aligned}$$

- Ο όρος B περιλαμβάνει τους minterms {m4, m5, m6, m7, m12, m13, m14, m15} (=mX1XX).
- Ο όρος C·D περιλαμβάνει τους minterms {m3, m7, m11, m15} (=mXX11).
- Ο όρος A'·B'·C'·D' περιλαμβάνει μόνο τον minterm m0 (=m0000).

οι συναρτήσεις F και G γράφονται σε κανονική μορφή ελαχίστων όρων (sum of minterms) ως εξής:

- $F = \Sigma \{3,4,5,6,7,11,12,13,14,15\}$
- $G = \Sigma \{0\}$ .

Να βρείτε τη δυαδική συνάρτηση  $G(X,Y,Z)$  που υλοποιεί το παρακάτω λογικό κύκλωμα.



Συνδυαστικά Κυκλώματα με MSI

39

- Έστω  $F(Y,Z)$  η συνάρτηση εξόδου του πρώτου πολυπλέκτη.

Τότε ισχύει:  $F = Y \cdot 1 + Y' \cdot Z = Y \cdot (Z+1) + Y' \cdot Z = Y+Z$ .

- Αντίστοιχα, για τη συνάρτηση εξόδου του δεύτερου πολυπλέκτη ισχύει:

$$G = X \cdot Y + X' \cdot F = X \cdot Y + X' \cdot (Y+Z) = X \cdot Y + X' \cdot Y + X' \cdot Z = Y + X' \cdot Z$$

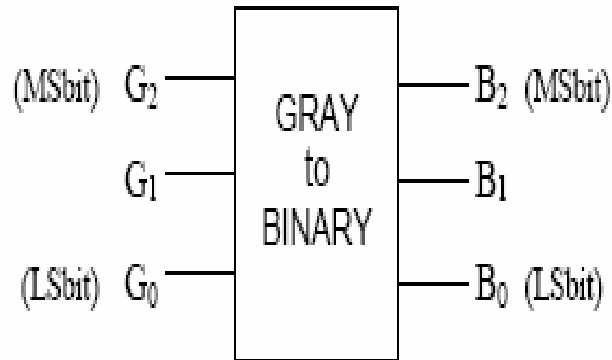
- **$G = Y + X' \cdot Z$**

Συνδυαστικά Κυκλώματα με MSI

40

## Άσκηση

Χρησιμοποιώντας τον ελάχιστο δυνατό αριθμό λογικών πυλών, να σχεδιάσετε κύκλωμα το οποίο να μετατρέπει αριθμούς των 3 bits από τον ανακλαστικό κώδικα Gray στο δυαδικό κώδικα με βάρη 4-2-1.



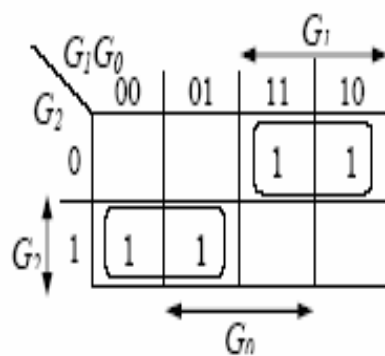
### Απάντηση

Καταστρώνουμε τον πίνακα αληθείας, όπως φαίνεται παρακάτω. Στο αριστερό μέρος του πίνακα γράφουμε τον κώδικα Gray, ενώ στο δεξιό μέρος αυτού γράφουμε τον αντίστοιχο δυαδικό αριθμό.

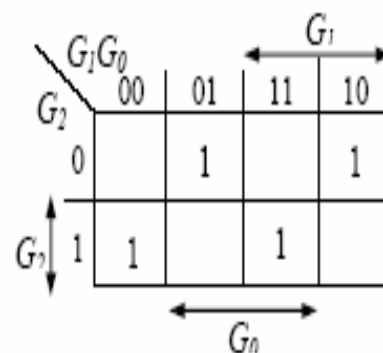
Gray			Binary 4-2-1		
$G_2$	$G_1$	$G_0$	$B_2$	$B_1$	$B_0$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1

mi	Gray			Binary 4-2-1		
	G <sub>2</sub>	G <sub>1</sub>	G <sub>0</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>0</sub>
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1	0
2	0	1	0	0	1	1
6	1	1	0	1	0	0
7	1	1	1	1	0	1
5	1	0	1	1	1	0
4	1	0	0	1	1	1

Παρατηρούμε ότι  $B_2 = G_2$ . Για την απλοποίηση των  $B_1$  και  $B_0$  χρησιμοποιούμε χάρτες Karnaugh όπως φαίνεται στη συνέχεια.

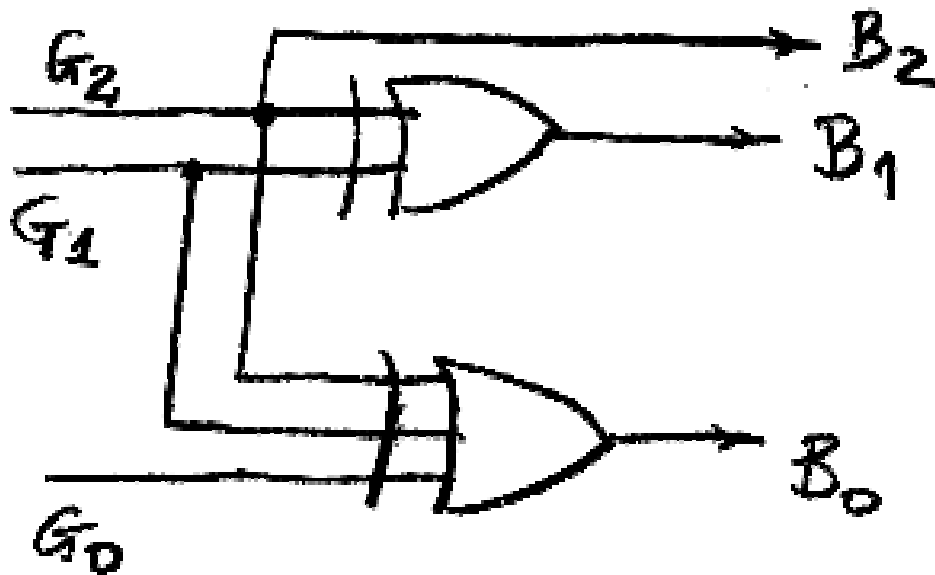


$$B_1 = G_2 \oplus G_1$$



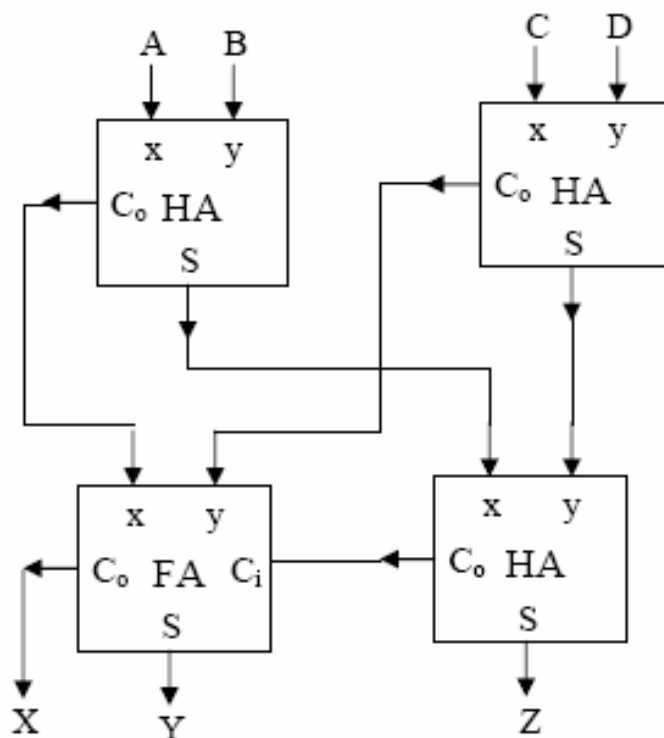
$$B_0 = G_2 \oplus G_1 \oplus G_0$$

# Χαρτοποίηση (1)



## Άσκηση

Δίνεται το παρακάτω κύκλωμα, το οποίο μετατρέπει έναν τετραψήφιο κώδικα (ABCD) σε τριψήφιο (XYZ). Αναλύστε τη λειτουργία του κυκλώματος και συμπληρώστε τον πίνακα αλήθειας τε



## Απάντηση

Ο πίνακας αληθείας ενός ημιαθροιστή είναι:

X	Y	$C_0$	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Παρατηρούμε ότι οι έξοδοι του ημιαθροιστή  $C_0S$  δίνουν το πλήθος των μονάδων στις εισόδους του. Επομένως κάθε ημιαθροιστής του πρώτου επιπέδου υπολογίζει τον αριθμό των μονάδων στις εισόδους του.

Παρατηρούμε ότι ο καθένας από τους δύο αθροιστές του πρώτου επιπέδου υπολογίζει τον αριθμό των «1» που εφαρμόζονται στις δύο εισόδους του. Τα δύο μερικά αθροίσματα (των 2 bit το καθένα,  $(C_0, S)$ ) που προκύπτουν, αθροίζονται στη συνέχεια από τον συνδυασμό ενός πλήρους αθροιστή και ενός ημιαθροιστή σε συνδεσμολογία κυματιστού αθροιστή (ripple adder).

Αρα, συνολικά, το δοσμένο κύκλωμα υπολογίζει το πλήθος των «1» των εισόδων του.

Οι πίνακες αληθείας των συναρτήσεων  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , που υλοποιεί το παραπάνω κύκλωμα, είναι οι εξής:

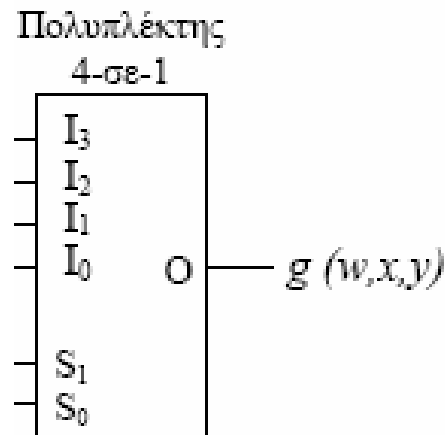
A	B	C	D	X	Y	Z
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

Άσκηση

$$g(w,x,y) = w \cdot y + x' \cdot y + w' \cdot x \cdot y'$$

χρησιμοποιώντας μόνο έναν πολυπλέκτη 4-σε-1. Να υποθέσετε ότι οι είσοδοι ελέγχου είναι:  $S_0=x$ ,  $S_1=w$  και ότι τα συμπληρώματα των μεταβλητών  $w,x,y$  είναι διαθέσιμα.



49

Η λογική συνάρτηση την οποία υλοποιεί ο πολυπλέκτης είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned} O &= S_1' S_0' I_0 + S_1' S_0 I_1 + S_1 S_0' I_2 + S_1 S_0 I_3 \\ &= w' x' I_0 + w' x I_1 + w x' I_2 + w x I_3 \end{aligned}$$

το οποίο σημαίνει ότι:

$$O = I_0, \text{ μόνο όταν } w = 0 \text{ και } x = 0, \text{ δηλ. } w' x' = 1, \text{ άρα } I_0 = g(0, 0, y)$$

$$O = I_1, \text{ μόνο όταν } w = 0 \text{ και } x = 1, \text{ δηλ. } w' x = 1, \text{ άρα } I_1 = g(0, 1, y)$$

$$O = I_2, \text{ μόνο όταν } w = 1 \text{ και } x = 0, \text{ δηλ. } w x' = 1, \text{ άρα } I_2 = g(1, 0, y)$$

$$O = I_3, \text{ μόνο όταν } w = 1 \text{ και } x = 1, \text{ δηλ. } w x = 1, \text{ άρα } I_3 = g(1, 1, y).$$

Έτσι,

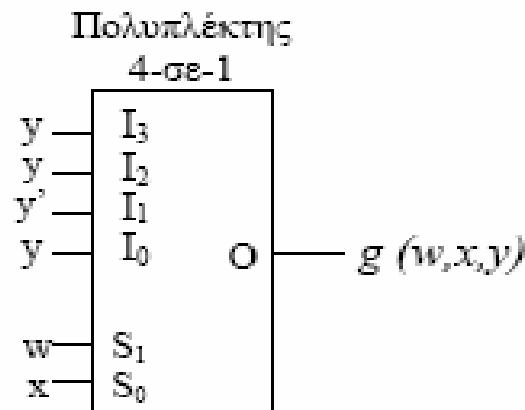
Έτσι,

$$I_0 = g(0, 0, y) = 0 \cdot y + 1 \cdot y + 0 \cdot y' = y$$

$$I_1 = g(0, 1, y) = 0 \cdot y + 0 \cdot y + 1 \cdot 1 \cdot y' = y'$$

$$I_2 = g(1, 0, y) = 1 \cdot y + 1 \cdot y + 0 \cdot 0 \cdot y' = y$$

$$I_3 = g(1, 1, y) = 1 \cdot y + 0 \cdot y + 0 \cdot 1 \cdot y' = y$$



51

### Άσκηση

Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός πολυπλεκτών 4-σε-1 (εύρους 1 bit), που απαιτούνται για τη σύνθεση των εξής πολυπλεκτών:

α) 16-σε-1, β) 12-σε-1, γ) 4-σε-1, εύρους 4 bit, δ) 64-σε-1.

### Απάντηση

α) Για τις 16 εισόδους χρησιμοποιούμε 4 πολυπλέκτες (4 είσοδοι ανά πολυπλέκτη, κοινές γραμμές επιλογής και για τους 4 πολυπλέκτες), τις εξόδους των οποίων συνδέουμε σε έναν επιπλέον πολυπλέκτη. Άρα, συνολικά απαιτούνται 5 πολυπλέκτες με συνολικό αριθμό 4 γραμμών επιλογής.

β) Για τις 12 εισόδους χρησιμοποιούμε 3 πολυπλέκτες (4 είσοδοι ανά πολυπλέκτη, κοινές γραμμές επιλογής και για τους 3 πολυπλέκτες), τις εξόδους των οποίων συνδέουμε σε

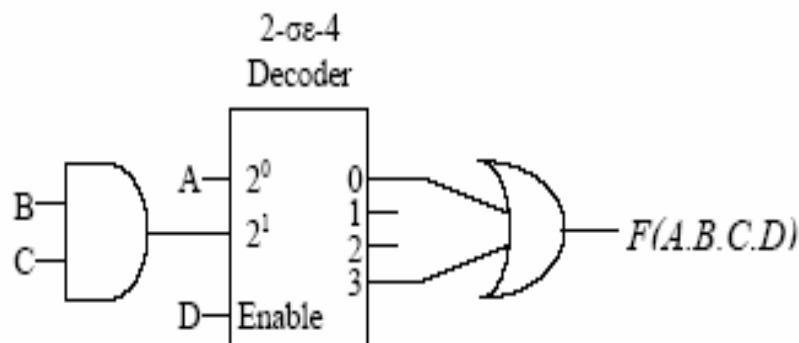
έναν επιπλέον πολυπλέκτη. Άρα, συνολικά απαιτούνται 4 πολυπλέκτες με συνολικό αριθμό 4 γραμμών επιλογής.

γ) Χρησιμοποιούμε σε παράλληλη συνδεσμολογία 4 πολυπλέκτες με κοινές εισόδους και γραμμές επιλογής.

δ) Ανάλογα με τα (α) και (β), για τις 64 εισόδους χρησιμοποιούμε τρία επίπεδα πολυπλεκτών, με 16, 4 και 1 πολυπλέκτες αντίστοιχα. Χρησιμοποιούμε από 2 κοινές γραμμές επιλογής ανά επίπεδο. Άρα, συνολικά απαιτούνται 21 πολυπλέκτες με συνολικό αριθμό 6 γραμμών επιλογής.

### Άσκηση

Να βρείτε τη δυαδική συνάρτηση  $F$  που υλοποιεί το παρακάτω λογικό κύκλωμα.



Η λύση να απλοποιηθεί και να εκφραστεί σε μορφή αθροίσματος γινομένων.

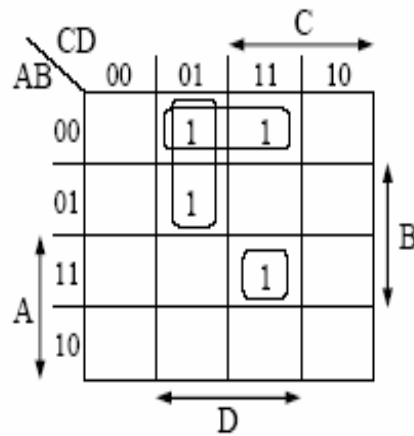
Έστω  $F_0$  και  $F_3$  οι συναρτήσεις των εξόδων 0 και 3 του αποκωδικοποιητή, αντίστοιχα.

Τότε:  $F_0 = D \cdot [(B \cdot C)' \cdot A'] = D \cdot [(B' + C') \cdot A'] = A' \cdot B' \cdot D + A' \cdot C' \cdot D$

και:  $F_3 = D \cdot [(B \cdot C) \cdot A] = A \cdot B \cdot C \cdot D$ .

Συνεπώς:  $F = F_0 + F_3 = A' \cdot B' \cdot D + A' \cdot C' \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot D$

Με χάρτη Karnaugh εύκολα επιβεβαιώνουμε ότι η παραπάνω είναι και η απλοποιημένη



μορφή της συνάρτησης  $F$ .