

**Υποστηρίζοντας το Ρόλο της Τεχνολογίας στη Διδασκαλία και τη Μάθηση των
Μαθηματικών : Η Περίπτωση της Ίδρυσης Κέντρων Μαθηματικών και Τεχνολογίας
(ΚΕ.ΜΑ.Τ)**

Μαρία Ι. Κορδάκη, Ph. D, M.Ed.

Σχολική Σύμβουλος Μαθηματικών, e-mail: kordaki@cti.gr

Περίληψη

Στην εργασία αυτή αναλύεται ο σημαντικός ρόλος των εξωτερικών αναπαραστασιακών συστημάτων και ειδικότερα της Τεχνολογίας στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών. Ειδικότερα αναλύεται η σημασία του εκπαιδευτικού λογισμικού και του Διαδικτύου ως μέσων διάθεσης ποικιλίας εξωτερικών και διασυνδεδεμένων αναπαραστασιακών συστημάτων για τη διευκόλυνση της μάθησης μαθηματικών εννοιών. Παρουσιάζεται επίσης, η κατάσταση της μαθηματικής εκπαίδευσης στην Ελλάδα σε σχέση με τη χρήση υλικών μέσων στη διδασκαλία και στη μάθηση των μαθηματικών και εντοπίζεται η ανάγκη αξιοποίησης του ρόλου της Τεχνολογίας. Στο παραπάνω πλαίσιο, προτείνεται η δημιουργία κέντρων Μαθηματικών και Τεχνολογίας (ΚΕ.ΜΑ.Τ) σε κάθε νομό ως αφετηρία για τη σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με εξωτερικές αναπαραστάσεις τους με τη βοήθεια της Τεχνολογίας. Τα κέντρα αυτά θα αποτελέσουν πηγές διάχυσης Μαθηματικής γνώσης σε σχέση με την Τεχνολογία, στους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές Α/μιας και Β/μιας εκπαίδευσης κάθε νομού. Τέλος, διατυπώνονται προδιαγραφές εργονομίας των προτεινόμενων κέντρων ΚΕ.ΜΑ.Τ. και παρουσιάζεται το παράδειγμα της ίδρυσης ενός τέτοιου κέντρου στο νομό Αιτωλοακαρνανίας και ειδικότερα στο 3^ο Γυμνάσιο Ναυπάκτου.

Λέξεις κλειδιά : υλικά, εκπαιδευτικό λογισμικό, Μαθηματικά, διδασκαλία, μάθηση

Εισαγωγή

Η μάθηση των μαθηματικών και οι αναπαραστάσεις

Μεγάλος αριθμός ερευνητών διαχωρίζει τις εξωτερικές από τις εσωτερικές αναπαραστάσεις (Dettori & Lemut, 1995; Dyfour-Janvier, Bednarz & Belanger, 1987). Ως εσωτερικές αναπαραστάσεις οι προηγούμενοι ερευνητές ορίζουν το σύνολο των νοητικών εικόνων, σκέψεων ή εκφράσεων που επιτρέπουν στο άτομο να συνδέει τα δεδομένα, να ξεχωρίζει τα κύρια από τα δευτερεύοντα, να συνδέει γνώση από διαφορετικά θέματα και χρόνους, να

βρίσκει δυνατότητες και εναλλακτικούς τρόπους, να αναλύει και να συνδέει βήματα της λογικής. Σύμφωνα με τους ίδιους ερευνητές εξωτερικές αναπαραστάσεις αποτελούν όλες οι οργανώσεις εξωτερικών συμβόλων (σχήματα, σύμβολα, διαγράμματα) οι οποίες έχουν ως σκοπό να αναπαραστήσουν εξωτερικά μια μαθηματική πραγματικότητα. Συμπεριλαμβάνονται και τα σημεία (signs) τα οποία χρησιμοποιεί το άτομο προκειμένου να εκφράσει μια έννοια ή κατάσταση, όπως προφορικός ή γραπτός λόγος σε φυσική ή τεχνητή γλώσσα, σύμβολα, ζωγραφιές, εικόνες. Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις αποτελούν προϊόντα νοητικών διεργασιών.

Δεν μπορεί να υπάρξει βιώσιμη θεωρία για τις αναπαραστάσεις ανεξάρτητη από μια γνωσιοθεωρητική τοποθέτηση. Μια αναπαράσταση δεν αναπαριστά από μόνη της, χρειάζεται ερμηνεία, και για να ερμηνευτεί χρειάζεται κάποιον να την ερμηνεύσει (von Glasersfeld, 1987b). Η σκέψη στηρίζεται σε νοητικές εικόνες (Dreyfus, 1995) και όλοι οι άνθρωποι είναι νοητικοί από την άποψη του ότι όλοι χρησιμοποιούν σταθερά τις νοητικές παραστάσεις ή τη φαντασία (Brown & Presmeg, 1993). Γενικά οι νοητικές εικόνες συνδέονται με ερμηνείες εικονικής πληροφορίας (Pylyshyn, 1984, ο.π. ο Dreyfus, 1995). Η δυνατότητα συγκράτησής τους βοηθιέται σημαντικά από εξωτερική εικονική υποστήριξη (Dreyfus, 1995). Σύμφωνα με τον Vygotsky (1978) οι δράσεις των ατόμων υποστηρίζονται από τη διαμεσολάβηση η οποία πραγματοποιείται μέσω των ψυχολογικών εργαλείων ή των σημείων τα οποία μπορούν να τροποποιήσουν ουσιαστικά τη νοητική λειτουργία. Ειδικότερα, η χρήση εργαλείων που έχουν δημιουργηθεί με τη βοήθεια των τεχνολογιών της πληροφορίας και της επικοινωνίας αναφέρεται ότι παίζει καταλυτικό ρόλο στη μάθηση των μαθηματικών (Noss, & Hoyles, 1992).

Τα μαθηματικά από τη φύση τους συνδέονται με συνεχή τρόπο με τις εξωτερικές αναπαραστάσεις (Karut, 1987). Υπάρχει μια ποικιλία αναπαραστάσεων οι οποίες χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά όπως σχήματα, δένδροειδή διαγράμματα, πίνακες παραστάσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες, διαγράμματα του Venn. Οι μαθηματικοί χρησιμοποιούν τις εξωτερικές αναπαραστάσεις ως εργαλεία τα οποία τους βοηθούν να εκφράσουν μαθηματικές έννοιες. Σχεδόν καμιά μαθηματική δραστηριότητα δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς κάποιους τρόπους έκφρασής της σε υλικά μέσα. Οι αναπαραστάσεις αποτελούν επίσης κεντρικό στοιχείο στην κατασκευή σημασιών, δομούν και δομούνται από

το πλαίσιο συμφραζομένων (Noss & Hoyles, 1996). Επιπλέον οι αναπαραστάσεις αποτελούν τα πεδία πρώτης αναφοράς των παιδιών προκειμένου να οικοδομήσουν βασικές έννοιες (Karut, 1987). Οι μεταβάσεις και οι μετασχηματισμοί μεταξύ αναπαραστασιακών συστημάτων αλλά και μέσα στο ίδιο αναπαραστασιακό σύστημα αποκτούν μεγάλη σημασία στην οικοδόμηση και στη χρήση μαθηματικών εννοιών (Lesh, Mehr & Post, 1987b). Η κατανόησή τους στηρίζεται κυρίως στη δυνατότητα εμπλοκής του μαθητή σε μια ποικιλία αναπαραστάσεων (Janvier, 1987b). Αυτό βέβαια προϋποθέτει την κατανόηση των περιορισμών και των δυνατοτήτων των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιεί. Στην περίπτωση διαφορετικών αναπαραστάσεων της ίδιας έννοιας θα πρέπει να μπορεί ο μαθητής να συνειδητοποιεί τις κοινές ιδιότητες της έννοιας εκφρασμένες στις διαφορετικές αναπαραστάσεις της και να εξάγει τη δομή της. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις δίνουν διαφορετικές όψεις του όλου και αποδίδουν έτσι έναν πλουραλιστικό χαρακτήρα στις μαθηματικές έννοιες (Lesh, Mehr & Post, 1987a). Οι ίδιοι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η αποτελεσματικότητα των μαθητών στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων εξαρτάται από την ικανότητα μετάβασης από μια αναπαράσταση σε μια άλλη. Ειδικότερα στη Γεωμετρία η εικόνα και η έννοια βρίσκονται πολύ κοντά, δηλαδή οι εσωτερικές και οι εξωτερικές αναπαραστάσεις της έννοιας πλησιάζουν (Mariotti, 1995). Επιπλέον, οι μαθητές φάνηκε ότι μπορούν να εκφραστούν καλλίτερα σε εικονικά απ' ότι σε προτασιακά συστήματα (Sutherland, 1995).

Ο ρόλος των συγκεκριμένων υλικών στη μάθηση των μαθηματικών

Μια ποικιλία συγκεκριμένων υλικών έχουν χρησιμοποιηθεί από τα πολύ παλιά χρόνια για να βοηθήσουν τους μαθητές στη μάθηση μαθηματικών εννοιών. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ο άβακας που δημιουργήθηκε από τον Gerbert (930-1003) για την κατανόηση της έννοιας του αριθμού. Η αναγκαιότητα της χρήσης συγκεκριμένων αντικειμένων στη μάθηση έχει αναφερθεί και από τον Comenius (1672) ο οποίος υποστήριξε τη χρήση εργαλείων από την πραγματική ζωή ή το λιγότερο τη χρήση των εικόνων τους στην τάξη. Εκείνος όμως που υποστήριξε την ανάγκη για συστηματικό πειραματισμό μέσω των αισθησιοκινητικών

ενεργειών των παιδιών ήταν ο Pestalozzi (1746-1827). Ο ίδιος κατασκεύασε υλικά για να διδάξει τους μαθητές αριθμητική ενώ άλλοι μαθηματικοί τα ανέπτυξαν περισσότερο. Συγκεκριμένα υλικά επίσης χρησιμοποιήθηκαν από την Montessori προκειμένου να διδάξει, παιδιά με ειδικές ανάγκες, αριθμητική. Ο Dienes ανέπτυξε επίσης δεσμίδες με πολλαπλή βάση (multibase arithmetic blocks) προκειμένου να βοηθήσει τα παιδιά να κατανοήσουν τα αριθμητικά συστήματα. Ο Cattegno χρησιμοποίησε επίσης το Γεωπίνακα προκειμένου να δώσει την ευκαιρία στους μαθητές να επεξεργαστούν επίπεδα σχήματα. Η αναγκαιότητα χρήσης συγκεκριμένων υλικών για τη μάθηση των μαθηματικών υποστηρίζεται και από την Hart et al. (1981). Ακόμα η θετική επίδραση ορισμένων παιχνιδιών στη μάθηση των μαθηματικών έχει αναφερθεί (Bishop, 1988). Βεβαίως η χρήση εκπαιδευτικών υλικών δεν επιδρά αυτόματα με θετικό τρόπο στη μάθηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές. Η επίδραση των υλικών εξαρτάται σε μεγάλο μέρος από το είδος των αναπαραστάσεων που ενσαρκώνουν, από τον τρόπο που αυτές ερμηνεύονται από τους μαθητές (von Glasersfeld, 1987) καθώς και από τον τύπο των δραστηριοτήτων που καλούνται οι μαθητές να φέρουν σε πέρας, την αλληλεπίδρασή τους με το δάσκαλο και γενικά με το μαθησιακό πλαίσιο συμφραζομένων στο οποίο εντάσσονται (Cobb, Yaker, & Wood, 1992).

Ο ρόλος της τεχνολογίας στη μάθηση των μαθηματικών

Υποστηρίζεται από πολλούς ερευνητές ότι ο υπολογιστής μπορεί να παίξει σημαντικό και μοναδικό ρόλο στη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών και ορισμένα περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού αλλά και προγράμματα γενικού σκοπού χαρακτηρίστηκαν ως γνωστικά περιβάλλοντα (Hillel, 1993; Dorfler, 1993; Laborde, 1993). Ο υπολογιστής σύμφωνα με τους Noss & Hoyles, (1992) παίζει κεντρικό, καθολικό και διαπεραστικό ρόλο στο πλαίσιο συμφραζομένων στο οποίο συντελείται η μάθηση, στο οποίο εντάσσονται επίσης, ο καθηγητής, οι μαθητές και η αλληλεπίδραση μεταξύ τους καθώς και οι δραστηριότητες τις οποίες καλούνται να φέρουν σε πέρας. Οι προσεγγίσεις που δημιούργησαν οι μαθητές στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι και σε περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού για τους λόγους και τις αναλογίες ήταν ποιοτικά διαφορετικές (Hoyles & Noss, 1989) ενώ η ίδια διαφοροποίηση παρατηρήθηκε και στις προσεγγίσεις μαθητών σε έννοιες που αφορούσαν στη διατήρηση και στη μέτρηση της επιφάνειας (Κορδάκη, 1999; Kordaki & Potari, 2002; Kordaki, 2003).

Υποστηρίζεται ότι το περιβάλλον του υπολογιστή με τη μορφή εκπαιδευτικού λογισμικού μπορεί να παίξει το ρόλο σκαλωσιάς (scaffolding) και να λειτουργήσει υποστηρικτικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών (Hoyles & Noss, 1989; Κορδάκη, 1999) καθώς και ως περιβάλλον αναδιοργάνωσης της σκέψης των παιδιών (Hillel, 1993; Κορδάκη, 1999). Οι Borba & Confrey, (1996) αναφέρθηκαν στο ρόλο του εκπαιδευτικού λογισμικού ως μέσου διαμεσολάβησης στις ενέργειες του μαθητή αφ ενός και αφ ετέρου ως μέσου του οποίου οι δυνατότητες δύνανται να διευρυνθούν από τις ενέργειες του μαθητή. Ο διαμεσολαβητικός ρόλος του υπολογιστή καθορίζεται μέσα από το διαμεσολαβητικό ρόλο της γλώσσας και των αναπαραστάσεων που παρέχει στη σύνδεση της δραστηριότητας του ατόμου και της μαθηματικής αφαίρεσης. Η μαθηματικοποίηση αποτελεί τη σύνδεση. Η τεχνολογία και ειδικότερα οι υπολογιστές μπορούν να δώσουν στους μαθητές την ευκαιρία για μαθηματικοποίηση μέσα από την πραγματοποίηση συνδέσεων μεταξύ μη τυποποιημένων και τυποποιημένων μαθηματικών (Noss, 1988). Μπορεί επίσης να τους βοηθήσει να κάνουν γενικεύσεις στηριγμένοι σε ειδικές περιπτώσεις (Hoyles & Noss, 1989). Από μια ευρύτερη σκοπιά: *‘η δύναμη της τεχνολογίας η οποία διαμορφώνει τα Μαθηματικά επηρεάζει επίσης σε βάθος και τη διδασκαλία και τη μάθησή τους’ (Karut, 1992).*

Πιο συγκεκριμένα οι τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας δίνουν δυνατότητες:

α) *προσομοίωσης πραγματικών καταστάσεων.* Με αυτό τον τρόπο δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να προσεγγίσουν τα μαθηματικά αφ ενός ως ανθρώπινες δραστηριότητες (Bishop, 1988b) και αφ ετέρου να κατανοήσουν τη σημασία τους σε ένα διεπιστημονικό πλαίσιο (Clements, 1989)

β) *πειραματισμού.* Οι μαθητές σε ειδικά σχεδιασμένα περιβάλλοντα έχουν την ευκαιρία να πραγματοποιήσουν μαθηματικές διερευνήσεις

γ) *εικονικής ανατροφοδότησης των ενεργειών του μαθητή.* Με αυτό τον τρόπο του δίνεται η δυνατότητα για αναστοχασμό, διόρθωση και διατύπωση εικασίας. Η διαδικασία αυτή είναι δυνατό να συνεχιστεί έως ότου καταλήξει σε βιώσιμο αποτέλεσμα και είναι η ίδια με αυτήν που ακολουθούν οι μαθηματικοί στην παραγωγή νέας μαθηματικής γνώσης (Lakatos, 1976, ο. π. η Villareal, 1997). Οι εικόνες που δημιουργούνται από τους μαθητές σε περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού δεν είναι φτωχές αναπαραστάσεις αισθητηριακού επιπέδου διότι έχουν μια δικιά τους εσωτερική λογική που εξαρτάται από τη διαδικασία η οποία τις παράγει

και τις εμφανίζει στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή (Dorfler, 1993). Οι εικόνες αυτές παίζουν ένα διαμεσολαβητικό ρόλο ο οποίος εξαρτάται από τη συνεισφορά της εννοιολογικής και της αισθητηριακής διάστασης και της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης. Με αυτό τον τρόπο ένα νέο είδος αισθητηριακής αντίληψης διαμορφώνεται. Αυτού του είδους η εικονική ανατροφοδότηση δεν έχει μόνο αισθητηριακά χαρακτηριστικά αλλά περιέχει και πληροφορία βοηθώντας έτσι το μαθητή να ελέγξει τις υποθέσεις του.

δ) *υψηλής αλληλεπίδρασης*. Τα δυναμικά αλληλεπιδραστικά ηλεκτρονικά περιβάλλοντα ενεργοποιούν νέους τρόπους σκέψης, διότι οι ενέργειες του μαθητή βρίσκονται συνδεδεμένες με τις μαθηματικές σημασίες τους, ενώ στα παραδοσιακά μέσα βρίσκονται σε απόσταση. Έτσι σηματοδοτείται μια αργή αλλά βαθιά ιστορική εξέλιξη η οποία οδηγεί στο κατώφλι μιας νέας ιστορικής εποχής (Karut, 1994)

ε) *δυναμικής αναπαράστασης μιας μαθηματικής έννοιας* από την άποψη του ότι τα βασικά χαρακτηριστικά της παραμένουν σταθερά και κρυμμένα στην εσωτερική λογική με την οποία η έννοια έχει υλοποιηθεί στο λογισμικό, ενώ είναι δυνατό να εξεικονίζονται στην οθόνη του υπολογιστή κλάσεις ισοδυναμίας εξωτερικών αναπαραστάσεων αυτής της έννοιας οι οποίες διατηρούν αυτή την εσωτερική λογική.

στ) *αναπαράστασης μιας μαθηματικής έννοιας σε πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα*. Οι υπολογιστές δίνουν ευκαιρίες αναπαράστασης μιας έννοιας ή/και μιας σχέσης σε πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα όπως πχ. εικόνες, διαγράμματα, πίνακες, αριθμητικές αναπαραστάσεις, γραφικές παραστάσεις, αναπαραστάσεις σε φυσική γλώσσα, σε γλώσσες προγραμματισμού, σε κινούμενη εικόνα, σε προσομοίωση, τα οποία είναι δυνατό να επικοινωνούν μεταξύ τους. Η επιλογή των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό και στην υλοποίηση εκπ/κού λογισμικού παίζει σημαντικό ρόλο στη διαφοροποίηση των στρατηγικών που αναπτύσσουν οι μαθητές για τα προβλήματα που τους τίθενται (Κορδάκη 1999, Kordaki & Potari, 2002; Kordaki, 2003). Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι δυναμικές αναπαραστάσεις στην κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών όπου το σχήμα και η έννοια βρίσκονται σε διαλεκτική σχέση και αλληλεπίδραση (Mariotti, 1995). Επιπλέον, τα εικονικά συστήματα μπορούν να χρησιμοποιούνται με ολιστικό αλλά και διαισθητικό τρόπο όπως και τα προτασιακά συστήματα, όμως ένας λόγος που τα παιδιά δυσκολεύονται στο

σχολείο είναι ότι δεν τους δίνεται η ευκαιρία να εκφράζονται με εικονικό τρόπο (Sutherland, 1995).

ζ) *άμεσης διαχείρισης (direct manipulation) των σχημάτων στην οθόνη του υπολογιστή.* Τα γεωμετρικά σχήματα στην οθόνη του υπολογιστή μπορούν να μεταβάλλονται μέσω της λειτουργίας της *‘άμεσης διαχείρισης’* έτσι ώστε να διατηρούν τις γεωμετρικές τους ιδιότητες, ενώ η μορφή τους μεταβάλλεται.

η) *διάθεσης μιας ποικιλίας εργαλείων.* Με αυτό τον τρόπο οι μαθητές έχουν δυνατότητες επιλογής των εργαλείων που ταιριάζουν περισσότερο στη γνωστική τους ανάπτυξη και να εκφράσουν τις ατομικές ή/και ενδοατομικές τους διαφορές στη μάθηση των μαθηματικών (Kordaki, 2003; Kordaki & Balomenou, submitted).

θ) *σχεδίασης.* Η σχεδίαση με τη βοήθεια των εργαλείων που διαθέτει το περιβάλλον ενός μικρόκοσμου ή/και με τη βοήθεια των εντολών κάποιας γλώσσας προγραμματισμού αναγκάζει το μαθητή να σχεδιάσει ένα σχήμα συνειδητά και με βάση τις ιδιότητές του ακολουθώντας έτσι τα βασικά σημεία-έννοιες μιας γεωμετρικής κατασκευής (Laborde, 1992).

ι) *αυτόματης επίλυσης προβλήματος.* Με αυτό τον τρόπο οι μαθητές μπορούν να συγκρίνουν τις δικές τους στρατηγικές επίλυσης με τα αποτελέσματα που δίνει ο υπολογιστής και να προσπαθούν να αυτοδιορθώνονται.

κ) *επέκτασης.* Πολλά περιβάλλοντα εκπαιδευτικού λογισμικού διαθέτουν δυνατότητες επέκτασης μέσω της κατασκευής μακροεντολών σύμφωνα με τις ανάγκες του χρήστη. Έτσι τα περιβάλλοντα αυτά εξελίσσονται παράλληλα με τον μαθητή ή/και τον καθηγητή.

λ) *καταγραφής του ιστορικού των ενεργειών του χρήστη.* Με αυτό τον τρόπο βρίσκεται στη διάθεση του μαθητή, του καθηγητή αλλά και του ερευνητή ένα πλούσιο υλικό για παραπέρα μελέτη και έρευνα.

μ) *παρουσίασης πληροφορίας με ποικίλους τρόπους.* Μια ποικιλία υλικών μέσων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ένα μάθημα για παρουσίαση πληροφοριών όπως πχ. κείμενο, εικόνες, ήχος, κινούμενες εικόνες κα.

ν) *επικοινωνίας και μάθησης στο χώρο και στο χρόνο του μαθητή.* Το διαδίκτυο επίσης αποτελεί ένα άλλο σημαντικό εργαλείο, το οποίο μπορεί να παίξει καταλυτικό ρόλο στη διδασκαλία και στη μάθηση των μαθηματικών. Με τη χρήση του είναι δυνατό να σχεδιαστούν εργασίες (projects) με διερευνητικό χαρακτήρα και διεπιστημονικό περιεχόμενο. Επιπλέον η

επικοινωνία μαθηματικών ιδεών μέσω του διαδικτύου ή του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου δίνει την ευκαιρία στους καθηγητές και στους μαθητές να διευρύνουν τις απόψεις τους για μαθηματικά θέματα ή διδακτικές προσεγγίσεις στα μαθηματικά.

Διερευνητικά περιβάλλοντα μάθησης μαθηματικών εννοιών έχουν αναπτυχθεί από ερευνητές, τα οποία φαίνεται ότι επηρεάζουν τον τρόπο και το είδος των μαθηματικών που τα παιδιά μαθαίνουν. Ενδεικτικά αναφέρονται, τα περιβάλλοντα που στηρίζονται στη γλώσσα Logo, τα δυναμικά περιβάλλοντα μάθησης Cabri- Geometry, Geometers' Sketch Pad, Sim Calc, Derive, Geometer Supposer, CARME microworld, όπως και τα προγράμματα γενικού σκοπού πχ. λογιστικά φύλλα, βάσεις δεδομένων, κ.α.

Η σημερινή κατάσταση στη σχέση Μαθηματικών και Τεχνολογίας στο Ελληνικό σχολείο

Η παραγωγή συγκεκριμένων υλικών καθώς και εκπαιδευτικού λογισμικού για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών και η αποδοχή του από την επιστημονική κοινότητα δεν φαίνεται να έχει επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό το σημερινό σχολείο στη χώρα μας. Τα περισσότερα σχολεία σήμερα στην Ελλάδα διαθέτουν τα βασικά όργανα σχεδίασης (κανόνας, τρίγωνο, διαβήτη) και ορισμένα γεωμετρικά στερεά, όπως κύβος, παραλληλεπίπεδο, πρίσμα, σφαίρα, και πυραμίδα. Πολύ λίγοι εκπαιδευτικοί ή μαθητές έχουν έλθει σε επαφή με άλλα συγκεκριμένα υλικά που έχουν αναπτυχθεί ή με εκπαιδευτικό λογισμικό για τα μαθηματικά. Από την άλλη μεριά πολύ λίγοι είναι οι καθηγητές ή οι μαθητές οι οποίοι έχουν ενεργοποιηθεί προς την κατεύθυνση της ανάπτυξης συγκεκριμένων υλικών για τα μαθηματικά και η διάσταση αυτή φαίνεται να έχει υποβαθμισθεί στα πλαίσια της καθημερινής διδασκαλίας των μαθηματικών.

Γενικότερα, δεν δίνεται έμφαση στη σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με τις συγκεκριμένες ενσαρκώσεις τους σε υλικά μέσα. Επίσης η επιμόρφωση των καθηγητών προς αυτή την κατεύθυνση βρίσκεται σε αρχικό επίπεδο. Σήμερα έχει ολοκληρωθεί η υλοποίηση του πιλοτικού προγράμματος ΟΔΥΣΣΕΑΣ, στα πλαίσια της ενέργειας ΟΔΥΣΣΕΙΑ του Β'ΚΠΣ. Στα πλαίσια του προγράμματος αυτού δημιουργήθηκαν σε 300 σχολεία της χώρας εργαστήρια, όπου εγκαταστάθηκε εκπαιδευτικό λογισμικό για τη διδασκαλία των μαθημάτων διαφόρων ειδικοτήτων και των μαθηματικών. Επιπλέον ένας μικρός αριθμός καθηγητών έχει

επιμορφωθεί στη χρήση των ΤΠΕ στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών (Έργο Ε-43, Β' ΚΠΣ). Επιπλέον, ελάχιστα κέντρα επίδειξης συγκεκριμένων υλικών και πειραματισμού για τη μάθηση μαθηματικών, φυσικών ή άλλων εννοιών υπάρχουν στην Ελλάδα. Τα κέντρα αυτά δεν είναι ενταγμένα στη σχολική πραγματικότητα και λόγω του ότι είναι ελάχιστα δεν μπορούν να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες των μαθητών και των καθηγητών της χώρας. Η ένταξη συγκεκριμένων υλικών και των ΤΠΕ στη διδασκαλία των μαθηματικών στη σχολική πραγματικότητα αποτελεί μια αναγκαιότητα. Δεν μπορεί όμως να είναι μια πρωτοβουλία έξω από τους θεσμούς της εκπαίδευσης αλλά θα πρέπει να γίνει με οργανωμένο και θεσμοθετημένο τρόπο. Απαιτείται εργαστηριακή υποδομή σε κάθε σχολείο και κατάλληλη προετοιμασία ανθρώπινων πόρων και αναλυτικών προγραμμάτων. Ως αρχικό βήμα και παράλληλα με όλες τις δράσεις σε εθνικό επίπεδο, είναι δυνατό να λειτουργήσει σε επίπεδο κάθε νομού ένα εργαστηριακό Κέντρο Μαθηματικών και Τεχνολογίας (ΚΕ.ΜΑ.Τ) για τη διάχυση γνώσης που να αφορά στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών με τη βοήθεια συγκεκριμένων υλικών και εκπαιδευτικού λογισμικού. Χαρακτηριστικά αναφέρεται το παράδειγμα της επιτυχημένης λειτουργίας των ΕΚΦΕ (Εργαστηριακά Κέντρα Φυσικών Επιστημών) στις πρωτεύουσες των νομών της χώρας.

Υποστηρίζοντας το ρόλο της τεχνολογίας στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών μέσω της ίδρυσης ΚΕ.ΜΑ.Τ σε κάθε νομό

Με βάση το πλαίσιο που προαναφέρθηκε, προτάθηκε (Κορδάκη, 2003), εγκρίθηκε από την περιφέρεια εκπ/σης Δυτικής Ελλάδας και χρηματοδοτήθηκε από το δήμαρχο Ναυπάκτου η δημιουργία Κέντρου Μαθηματικών και Τεχνολογίας (ΚΕ.ΜΑ.Τ) στο νομό Αιτωλοακαρνανίας στην πόλη της Ναυπάκτου με σκοπό:

- Τη διάχυση γνώσης που αφορά στη διδακτική των μαθηματικών και στη διδακτική των μαθηματικών με τη βοήθεια της τεχνολογίας στους εκπ/κούς και τους μαθητές Α/μιας και Β/μιας εκπ/σης του νομού
- Την επιμόρφωση των εκπ/κών κλάδου ΠΕ3 και των δασκάλων του νομού στη διδακτική των Μαθηματικών και στη χρήση της τεχνολογίας στη διδακτική των Μαθηματικών

- Τη δημιουργία βιβλιοθήκης συγκεκριμένων υλικών, εκπαιδευτικού λογισμικού και βιβλίων με έμφαση στη διδακτική των Μαθηματικών και στη χρήση της τεχνολογίας στη διδακτική των Μαθηματικών
- Την ανάπτυξη υλικών και συνοδευτικών προς αυτά διδακτικών σεναρίων
- Την ανάπτυξη διδακτικών σεναρίων με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού για τα μαθηματικά ή και του διαδικτύου
- Την πραγματοποίηση πειραματικών διδασκαλιών με τη χρήση των υλικών μέσων και εκπαιδευτικού λογισμικού
- Την πραγματοποίηση εκπ/κών ενημερωτικών επισκέψεων των εκπ/κών κλάδου ΠΕ3, των δασκάλων και των μαθητών του νομού για πειραματισμό με εκπαιδευτικό λογισμικό και συγκεκριμένα υλικά στα πλαίσια ειδικών δραστηριοτήτων-σεναρίων
- Τη λειτουργία του ΚΕ.ΜΑ.Τ. ως τόπου συνάντησης για τους εκπ/κούς του κλάδου
- Την πραγματοποίηση εκθέσεων με στόχο την κοινοποίηση των δραστηριοτήτων του κέντρου στο τέλος κάθε σχολικής χρονιάς.

Το Κέντρο θα λειτουργήσει πιλοτικά στο 3^ο Γυμνάσιο Ναυπάκτου, στο οποίο εθελοντικά στην αρχική φάση δέχτηκαν να προσφέρουν έργο οι μαθηματικοί του σχολείου.

Οι τεχνικές προδιαγραφές του εργαστηρίου

Ο εξοπλισμός του κέντρου κρίνεται απαραίτητο να αποτελείται από:

1. Πάγκους και καρέκλες κατάλληλους για να εξυπηρετήσουν μια τάξη 30 μαθητών (10 πάγκοι και 30 καρέκλες).
2. Ένα γραφείο και καρέκλα για τον υπεύθυνο του κέντρου.
3. Ένας αριθμός βιβλίων για τη δημιουργία και λειτουργία δανειστικής βιβλιοθήκης.
4. Μια κάμερα για τη βιντεοσκόπηση διδασκαλιών, που πραγματοποιούνται από εκπαιδευτικούς, ή μαθηματικών δραστηριοτήτων που πραγματοποιούνται από μαθητές.
5. Μια τηλεόραση, ένα video και ένας προβολέας LCD για την προβολή εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων αλλά και για την προβολή μαγνητοσκοπημένων διδασκαλιών, προκειμένου για τη συζήτηση και την επεξεργασία τους με τους μαθηματικούς.

6. Δέκα τουλάχιστον προσωπικούς υπολογιστές σε τοπικό δίκτυο με δυνατότητα Internet για πειραματισμό των μαθητών με εκπαιδευτικό λογισμικό.
7. Ένας έγχρωμος εκτυπωτής και ένας scanner
8. Μια τηλεφωνική γραμμή με modem, τηλέφωνο και FAX
9. Εκπαιδευτικό λογισμικό για τα μαθηματικά όπως πχ. το Cabri-Geometry, Geometers Scech- Pad, Mathematica, Sim-Calc, Αριθμοί, Function Probe.
10. Αγορά συγκεκριμένων υλικών ή και παιχνιδιών που έχουν κατασκευαστεί ειδικά για τη μάθηση των μαθηματικών

Η εργονομία του χώρου, των επίπλων και της αλληλεπίδρασης

Σύμφωνα με τους Παπαδόπουλος, Βαρελτζής, Αναστασιάδης (1998) η επιλογή μιας αίθουσας 60 τμ. είναι ικανοποιητική για τις συνθήκες του Ελληνικού σχολείου ώστε να φιλοξενούν 10 σταθμούς εργασίας. Με βάση το ότι θα πρέπει να προβλεφθεί επιπλέον χώρος για στήσιμο συγκεκριμένων υλικών καθώς και χώρος για άνετους διαδρόμους επειδή η αίθουσα θα λειτουργεί ως χώρος υποδοχής κίνησης από το ένα υλικό στο άλλο και συζήτησης προτείνεται ο συνολικός χώρος να έχει εμβαδόν 100 τμ. περίπου. Τα έπιπλα που θα περιλαμβάνει αυτό το κέντρο θα είναι πάγκοι για την τοποθέτηση των υπολογιστών και των συγκεκριμένων υλικών σε αντιστοιχία 1:1. Οι πάγκοι αυτοί θα αποτελούν τους σταθμούς εργασίας των μαθητών σε κάθε έναν από τους οποίους θα δουλεύουν 3 μαθητές. Οι διαστάσεις των πάγκων έχουν οριστεί από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (1998). Επιπλέον θα πρέπει να υπάρχουν πάγκοι για τον εξυπηρετητή, τον εκτυπωτή, καθώς και πίνακας λευκού χρώματος με μαρκαδόρους. Η έδρα και το κάθισμα του υπεύθυνου του κέντρου δεν υπάρχει λόγος να διαφέρει από τα συνήθη γραφεία και καρέκλες ενός τυπικού γραφείου. Οι συνθήκες εργασίας και περιβάλλοντος (αερισμός, θερμοκρασία, φωτισμός) έχουν επίσης περιγραφεί με λεπτομέρεια στην έκδοση του ΠΙ που προαναφέρθηκε. Όσον αφορά στις προδιαγραφές που αφορούν στο υλικό επειδή το κέντρο θα επισκέπτονται ενδεχομένως όλοι οι μαθητές των Γυμνασίων και των Λυκείων του εκάστοτε νομού επιβάλλονται αυξημένες απαιτήσεις στον υπολογιστικό και δικτυακό εξοπλισμό του. Προτείνεται η χρήση ενός Fast Ethernet Hub για τη δημιουργία τοπικού δικτύου και τη σύνδεση σε αυτό των απαραίτητων σταθμών εργασίας καθώς και ενός εξυπηρετητή αυτού του δικτύου. Οι συσκευές θα συνδέονται με ξεχωριστά καλώδια UTP στο

Hub. Η σύνδεση του τοπικού δικτύου με το διαδίκτυο θα πραγματοποιείται μέσω δρομολογητή ή απ ευθείας μέσω του εξυπηρετητή.

Γενικότερα η εργονομία του κέντρου θα πρέπει να πληρεί τους κανόνες ασφάλειας και υγιεινής, ο εξοπλισμός του θα πρέπει να είναι σύγχρονος και οι δραστηριότητες που θα συνοδεύουν τα υλικά μέσα θα πρέπει να έχουν διερευνητικό περιεχόμενο. Όμως ουσιαστικός είναι ο ρόλος των υπευθύνων του κέντρου ώστε η ατμόσφαιρα που θα δημιουργείται να υποστηρίζει το μαθητή προκειμένου να μειώσει το άγχος του για τα μαθηματικά και να του προκαλέσει ενδιαφέρον για αυτά με τη βοήθεια των υλικών μέσων και της τεχνολογίας.

Αναφορές

Bishop, A. J. (1988a). *Mathematical Enculturation*, Kluwer, Dordrecht.

Bishop, A. J., (1988b). *Mathematics Education and culture*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Borba, M., & Confrey, G. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multi-representational environment. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 319-337.

Brown, L.D., & Presmeg, C.N. (1993). Types of imagery used by elementary and secondary school students in mathematical reasoning. *Proceedings of the 17th of PME Conference*, 2 (pp. 137-144).

Clements, D. H. (1989). *Computers in elementary mathematics education*. NJ: Prentice-Hall.

Comenius, J. A.,(1672). *Orbis Sensualium Pictus* (Pictorial world of the Senses) Mearne, London, Reprint 1967 (Third edition).

Dettori, G., & Lemut, E. (1995). External Representations in Arithmetic Problem Solving. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education*, (pp. 20-33). Berlin : Springer-Verlang.

Dienes, Z., P. (1973). *The Six Stages in the Process of Learning Mathematics*, NFER Publishing Company, Windsor, England.

Dorfler, W. (1993). Computer use and views of the mind. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology* (pp.159-186). Berlin: Springer - Verlag.

- Dreyfus, T. (1995). Imagery for diagrams. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education*, (pp. 3-19). Berlin: Springer - Verlag.
- Dyfour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 109-122). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hart, K.M., Kerslake, D., Brown, M. L., Ruddock, G., Kuchemann, D. E. & McCartney, M., (1981). *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, John Murray, London.
- Hillel, J. (1993). Computer Algebra Systems as Cognitive Technologies: Implication for the Practice of Mathematics Education. In C. Keitel and K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology* (pp. 18-47). Berlin: Springer-Verlag.
- Hoyle, C., & Noss, R. (1989). The Computer as a Catalyst in Children's Proportion Strategies. *Journal of Mathematical behavior*, 8, 53-75.
- Janvier, C. (1987b). Representation and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 67-72). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J.J. (1987). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 19-26). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and Mathematics Education. In D. A. Grouws (Eds), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.
- Kaput, J. J. (1994). The Representational Roles of Technology in Connecting Mathematics with Authentic Experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, B., Winkelmann (Eds), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline: The state of the art* (pp. 379- 397). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Κορδάκη, Μ. (1999). *Οι έννοιες της διατήρησης και της μέτρησης της επιφάνειας μέσα από το σχεδιασμό την υλοποίηση και την αξιολόγηση εκπαιδευτικού λογισμικού*. Διδακτορική διατριβή, Πάτρα, Μάιος 1999.

- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: the case of geometry. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology* (pp. 48-67). Berlin: Springer - Verlag.
- Laborde, C. (1992). Solving problems in computer based geometry environments: The influence of the futures of the software. *ZDM*, 92(4), 128-135.
- Lesh, R., Post, T., & Mehr, M. (1987a). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., Mehr, M., & Post, T., (1987b). Rational number relations and proportions. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 41-58). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mariotti, M., A. (1995). Images and concepts in geometrical reasoning. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 97-116). Berlin: Springer-Verlag.
- Montessori, M., (1965). *Dr. Montessori's Own Handbook*, Schocken books, New York.
- Noss, R. (1988). The computer as a cultural influence in mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 251-268.
- Noss, R., & Hoyles, C., (1992). Looking Back and Looking Forward. In C. Hoyles and R. Noss (eds). *Learning Mathematics and Logo*. The MIT Press Cambridge, Massachusetts, London, England, 431-470.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (1998). *Το Σχολικό Εργαστήριο Πληροφορικής*. Αθήνα. 1998.
- Παπαδόπουλος, Γ., Αναστασιάδης, Ν. & Βαρελτζής, Γ. (1988). Γενικές προδιαγραφές εργονομίας, υλικού και λογισμικού του Σχολικού εργαστηρίου πληροφορικής. *Πρακτικά εισηγήσεων συνεδρίου «Η πληροφορική στη δευτεροβάθμια εκπ/ση»*, Αθήνα, 1998.
- Pestalozzi, J. H., (1898). *How Gertrude Teaches Her Children* (second edition), Bardeen, Syracuse, NY.
- Pirie, S. & Kieren, T., (1992). Creating Constructivist Environments and Constructing

- Creative Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23(5), 505-528.
- Sutherland, R. (1995). Mediating mathematical action. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 71-81). Berlin: Springer-Verlag.
- von Glasersfeld, E., (1987). Preliminaries to Any Theory of Representation. In C. Janvier eds. *Problems of representation in teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, London, 215-226.
- Villarreal, E. M. (1997). Computers, graphics and refutations. *Proceedings of the 21st PME Conference*, 1 (pp. 268). Lathi, Finland.
- Vygotsky, L., (1978). *Mind in Society*. Cambridge: Harvard University Press.