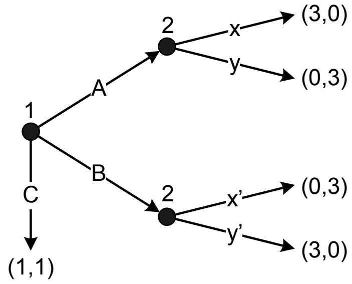
Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι
Εξέταση Ιανουαρίου 2005

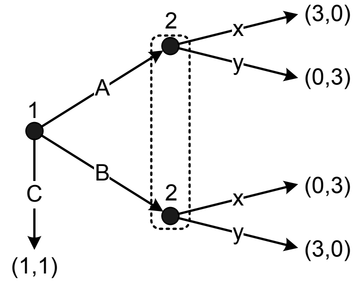
Λ. Κυρούσης   Π. Σπυράκης

Θέμα 1 (30%)

Θεωρήστε τα ακόλουθα δύο παίγνια σε *εκτατική* μορφή:



Παίγνιο Π1



Παίγνιο Π2

Σε ποιό (ποιά) από τα δύο παίγνια είναι η C *κυριαρχούμενη* στρατηγική για τον παίκτη 1; Δικαιολογήστε αυστηρά (και σύντομα) την απάντησή σας.
Υπενθύμιση: Ο συντομότερος τρόπος για να δείξουμε ότι μία στρατηγική *δεν* είναι κυριαρχούμενη είναι να αποδείξουμε ότι είναι βέλτιστη αντίδραση σε μία εκτίμηση. Απεναντίας, για να δείξουμε ότι είναι κυριαρχούμενη, αρκεί να βρούμε μικτή στρατηγική που κυριαρχεί επί αυτής.

Θέμα 2 (20%)

Ποιά (ποιές) από τις δύο παρακάτω ανισότητες ισχύει (ισχύουν) για κάθε παίγνιο μηδενικού αθροίσματος με σύνολα *αγνών* στρατηγικών για τους παίκτες 1, 2 τα C_1, C_2 και συναρτήσεις ωφέλειας u_1, u_2 αντίστοιχα;

$$\max_{x\in C_1}\min_{y\in C_2} u_1(x,y) \leq \min_{y\in C_2}\max_{x\in C_1} u_1(x,y) \tag{1}$$

$$\min_{y\in C_2}\max_{x\in C_1} u_1(x,y) \leq \max_{x\in C_1}\min_{y\in C_2} u_1(x,y) \tag{2}$$

Να αποδείξετε αυστηρά (και σύντομα) όποια τυχόν ισχύει και να δώσετε αντιπαράδειγμα για όποια τυχόν δεν ισχύει.

Θέμα 3 (25%)

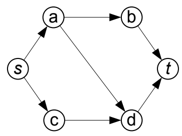
Δύο χρήστες με βάρη w_1, w_2 έχουν ως αγνές στρατηγικές την επιλογή μίας από N ισοταχείς μηχανές.

1. Δείξτε ότι η μέγιστη τιμή του κοινωνικού κόστους (αναμενόμενη μέγιστη καθυστέρηση) επί του συνόλου όλων των ισορροπιών Nash επιτυγχάνεται όταν οι χρήστες επιλέγουν την πλήρως μικτή ισορροπία, δηλαδή όταν επιλέγουν την μικτή ισορροπία Nash με support όλες τις μηχανές.

2. Υπολογίστε τον λόγο συνεργασίας (τίμημα της αναρχίας) του συστήματος.

Θέμα 4 (25%)

Δίδεται το παρακάτω $s-t$ δίκτυο με κορυφές s, a, b, c, d, t και κατευθυνόμενα μονοπάτια $sabt$, $scdt$, $sadt$.



N χρήστες, ο καθένας με ένα αρχείο 1MB, εγωιστικά δρομολογούν τα αρχεία τους από το s στο t χωρίς να επιτρέπεται ο διαχωρισμός των αρχείων σε κομμάτια.

1. Πόσο είναι το δυναμικό του συστήματος όταν όλοι οι χρήστες επιλέγουν το μονοπάτι $sabt$;

2. Βρείτε μια αγνή ισορροπία Nash για το σύστημα και δικαιολογήστε γιατί είναι αγνή ισορροπία Nash.

Καλή Επιτυχία