

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι
Εξεταστική Περίοδος Χειμερινού Εξαμήνου 2010-2011

Θέμα 1. Έστω ότι δύο βιομηχανίες B_1 και B_2 παράγουν το ίδιο προϊόν σε ποσότητες q_1 και q_2 , αντίστοιχα. Έστω ότι η τιμή του προϊόντος ανά μονάδα διαμορφώνεται με βάση τον τύπο $p = 100 - 2q_1 - 2q_2$. Έστω επίσης ότι το κόστος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος είναι 20 και για τις δύο βιομηχανίες B_i , $i = 1, 2$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τη βέλτιστη αντίδραση της βιομηχανίας B_1 εάν εκτιμά ότι η βιομηχανία B_2 θα παραγάγει το προϊόν σε μία από τις ποσότητες 6, 11 και 13 με την ίδια πιθανότητα για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις (η πιθανότητα που η βιομηχανία B_1 εκτιμά ότι η βιομηχανία B_2 θα παραγάγει το προϊόν σε διαφορετική ποσότητα από 6, 11 και 13 είναι μηδενική).

Θέμα 2. Θεωρήστε το παρακάτω παίγνιο δύο παικτών:

	A	B	C
X	0, 4	3, 4	6, 2
Y	-1, 3	2, 2	7, 4

Να εξετάσετε αν υπάρχει ισορροπία Nash στην οποία το στήριγμα (support) του παίκτη γραμμών είναι το $\{X, Y\}$ και το στήριγμα του παίκτη στηλών είναι το $\{B, C\}$.

Θέμα 3. Τρεις εταιρείες (παίκτες 1, 2 και 3) παράγουν ανταγωνιστικά προϊόντα. Κάθε εταιρεία μπορεί να διαφημίσει το προϊόν της είτε στην πρωινή είτε στη βραδινή ζώνη της τηλεόρασης. Αν περισσότερες από μία εταιρείες διαφημιστούν στην ίδια ζώνη, οι ωφέλειές τους είναι 0. Αν ακριβώς μία εταιρεία διαφημιστεί στην πρωινή ζώνη, η ωφέλειά της είναι 1. Αν ακριβώς μία εταιρεία διαφημιστεί στη βραδινή ζώνη, η ωφέλειά της είναι 2. Υποθέστε ότι κάθε εταιρεία θα διαφημιστεί ακριβώς μία φορά και ότι οι εταιρείες επιλέγουν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα πότε θα διαφημιστούν. Να βρείτε όλες τις ισορροπίες Nash όπου τουλάχιστον μία εταιρεία επιλέγει αγνή στρατηγική.

Υπόδειξη: Αποδείξτε ότι, αν σε μια ισορροπία Nash μια εταιρεία (έστω η 1) επιλέγει αγνή στρατηγική, τότε άλλη μία εταιρεία επιλέγει αγνή στρατηγική, ενώ η τρίτη εταιρεία επιλέγει οποιαδήποτε (αγνή ή μικτή) στρατηγική.

Θέμα 4. Δύο εγωιστικοί χρήστες με εργασίες μεγέθους $w > 0$ και $2w$ αντίστοιχα επιθυμούν να δρομολογήσουν τις εργασίες τους σε μια από 2 ισοταχείς μηχανές. Να υπολογίσετε το κόστος της αναρχίας του συστήματος (ως “Κοινωνικό Κόστος” θεωρήστε τη μέγιστη καθυστέρηση σε μια μηχανή).

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή Επιτυχία.