

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι – Εξεταστική Περίοδος Ιανουαρίου 2006

Θέμα 1. Έστω G ένα παίγνιο σε στρατηγική (κανονική) μορφή με παίκτες $\{1, 2, \dots, n\}$, σύνολα αγνών (pure) στρατηγικών S_i και συναρτήσεις ωφέλειας (κέρδους) u_i για τους παίκτες $i = 1, \dots, n$, αντίστοιχα.

(1) Να ορίσετε τις έννοιες κυριαρχούμενης αγνής στρατηγικής (dominated pure strategy), εκτίμησης (belief) και βέλτιστης αντίδρασης (best response).

(2) Να αποδείξετε προσεκτικά ότι αν μία αγνή στρατηγική είναι κυριαρχούμενη τότε δεν μπορεί να είναι βέλτιστη αντίδραση για οποιαδήποτε εκτίμηση.

Θέμα 2. Θεωρήστε παίγνιο Π ατελούς πληροφορίας και δύο παικτών. Η στρατηγική του παίκτη 1 είναι ένας θετικός πραγματικός αριθμός q_1 . Η στρατηγική του παίκτη 2, επίσης θετικός πραγματικός αριθμός, καθορίζεται από ένα τυχαίο συμβάν δύο δυνατών αποτελεσμάτων, έστω A και B . Το καθένα από τα δύο αυτά αποτελέσματα A και B έχει πιθανότητα $1/2$. Το αποτέλεσμα του συμβάντος είναι γνωστό στον παίκτη 2, αλλά άγνωστο στον παίκτη 1. Η στρατηγική του παίκτη 2 συμβολίζεται με q_2^A στην περίπτωση του πρώτου αποτελέσματος A και με q_2^B στην περίπτωση του δεύτερου αποτελέσματος B . Η ωφέλεια του παίκτη 1 είναι $q_1^2 + 2q_1 + (q_2^X)^2$ για $X = A$ ή $X = B$, ενώ η ωφέλεια του παίκτη 2 στην περίπτωση του A είναι $(q_2^A)^2 + 4q_2^A$ και είναι $(q_2^B)^2 + 8q_2^B$ στην περίπτωση του B .

(1) Να υπολογίσετε την αναμενόμενη ωφέλεια του παίκτη 1.

(2) Να βρείτε τις τιμές των q_1, q_2^A, q_2^B για τις οποίες έχουμε ισορροπία Nash.

Θέμα 3. Δίνεται το παρακάτω παίγνιο διπίνακα.

	L	C	R
T	0 , 8	5 , 6	8 , 9
M	2 , 9	6 , 5	5 , 1
B	-1 , 5	4 , 6	7 , 9

(1) Βρείτε, αν υπάρχουν, όλες τις αγνές ισορροπίες Nash. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(2) Βρείτε, αν υπάρχει, μία μικτή ισορροπία Nash. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Θέμα 4. Θεωρήστε ένα δίκτυο που αποτελείται από 3 παράλληλες ακμές από έναν κόμβο-πηγή προς έναν κόμβο-προορισμό. 5 εγωιστικοί χρήστες με φορτία $w_1 = 3$, $w_2 = 5$, $w_3 = 10$, $w_4 = 1$ και $w_5 = 7$ επιθυμούν να δρομολογήσουν τα φορτία τους από την πηγή στον προορισμό. Η καθυστέρηση σε κάθε ακμή ισούται με το συνολικό φορτίο που διέρχεται από την ακμή.

(1) Βρείτε, αν υπάρχει, μία αγνή ισορροπία Nash. Περιγράψτε πώς την υπολογίσατε και εξηγήστε γιατί είναι ισορροπία.

(2) Υπάρχει ισορροπία Nash στην οποία κάθε χρήστης επιλέγει κάθε ακμή με μη μηδενική πιθανότητα; Αν ναι, υπολογίστε την αναμενόμενη καθυστέρηση για κάθε χρήστη στην ισορροπία αυτή.

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή Επιτυχία.