

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι
Εξεταστική Περίοδος Ιανουαρίου 2010

Θέμα 1. Να αποδειχθεί ότι μία αγνή στρατηγική που είναι βελτίστη αντίδραση σε μία εκτίμηση δεν μπορεί να είναι κυριαρχούμενη.

Θέμα 2. Έστω ότι δύο βιομηχανίες B_1 και B_2 παράγουν το ίδιο προϊόν σε ποσότητες q_1 και q_2 αντίστοιχα. Το προϊόν της βιομηχανίας B_1 είναι ελαφρώς χειρότερης ποιότητας από αυτό της βιομηχανίας B_2 , οπότε το κόστος παραγωγής για τη B_1 είναι 70 € ανά μονάδα προϊόντος και 100 € αντίστοιχα για τη βιομηχανία B_2 . Η τιμή του προϊόντος διαμορφώνεται σε $1000 - (1/2)q_1 - q_2$ € (ο διαφορετικός συντελεστής οφείλεται στο ότι το προϊόν χειρότερης ποιότητας επηρεάζει λιγότερο την τιμή). Να βρεθεί σε ποιες ποσότητες υπάρχει ισορροπία Nash.

Θέμα 3. Ένα σύνολο n πολιτών καλείται να συμμετάσχει σε μια ψηφοφορία. Υπάρχουν 2 υποψήφιοι, ο Α και ο Β. Συνολικά k πολίτες υποστηρίζουν τον Α και $m = n - k$ πολίτες υποστηρίζουν τον Β. Κάθε πολίτης έχει δύο επιλογές: να συμμετάσχει στην ψηφοφορία (ψηφίζοντας τον υποψήφιο που υποστηρίζει) ή να απέχει από αυτή. Αν ένας πολίτης απέχει, τότε έχει κέρδος 2 αν εκλεγεί ο υποψήφιος που υποστηρίζει, 0 αν χάσει, και 1 αν το αποτέλεσμα είναι ισόπαλο. Αν συμμετάσχει στην ψηφοφορία, το κέρδος του θα είναι αντίστοιχα $2 - c$, $-c$, και $1 - c$ (όπου $0 < c < 1$).

1. Έστω $k = m$. Να εξετάσετε αν υπάρχει αγνή ισορροπία Nash όπου όλοι οι πολίτες συμμετέχουν στην ψηφοφορία.
2. Έστω $2 \leq k \leq m$. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $p \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε να υπάρχει ισορροπία Nash όπου κάθε υποστηρικτής του υποψηφίου Α συμμετέχει στην ψηφοφορία με πιθανότητα p , k υποστηρικτές του Β συμμετέχουν στην ψηφοφορία, και οι υπόλοιποι $m - k$ υποστηρικτές του Β απέχουν.

Θέμα 4. Έστω ένα σύστημα με 3 μηχανές M_1, M_2 και M_3 , με ταχύτητες επεξεργασίας $s, 2s$ και αs MB/sec αντίστοιχα, όπου $\alpha > 0$. Έστω $n > 2$ χρήστες με εργασίες μεγέθους 1 MB ο καθένας. Κάθε χρήστης καλείται να επιλέξει μια μηχανή ώστε να εκτελεστεί η εργασία του. Το κόστος κάθε χρήστη είναι η συνολική καθυστέρηση στη μηχανή που επιλέγει, δηλαδή ισούται με το άθροισμα των φορτίων που ανατίθενται στη μηχανή διά την ταχύτητά της.

1. Για την περίπτωση όπου $n = 5$ και $\alpha = 1$, να βρείτε μια αγνή ισορροπία Nash και να εξηγήσετε γιατί είναι ισορροπία.
2. Για ποιες τιμές της παραμέτρου α υπάρχει ισορροπία Nash όπου κάθε χρήστης επιλέγει με πιθανότητα p (για κάποιο $0 < p < 1$) τη μηχανή M_1 και με πιθανότητα $1 - p$ τη μηχανή M_2 ;

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή Επιτυχία.