Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι
Εξεταστική Περίοδος Σεπτεμβρίου 2005

Θέμα 1. Θεωρήστε ένα πεπερασμένο παίγνιο Γ, δηλαδή ένα παίγνιο με περασμένο σύνολο παικτών, έστω το $\{1, \ldots, n\}$, και πεπερασμένο σύνολο αγνών στρατηγικών για κάθε παίκτη. Έστω μ_{-1} μία εκτίμηση (belief) για τα περιγράμματα (αγνών) στρατηγικών των παικτών $2, \ldots, n$.

(α) Δώστε προσεκτικό ορισμό για το πότε μία στρατηγική (αγνή ή μικτή) σ_1 του παίκτη 1 καλείται βέλτιστη αντίδραση (best response) στην εκτίμηση μ_{-1}.

(β) Αληθεύει ότι για κάθε εκτίμηση μ_{-1} για τα περιγράμματα στρατηγικών των παικτών $2, \ldots, n$ υπάρχει πάντοτε *αγνή* βέλτιστη αντίδραση του παίκτη 1; Εάν ναι αποδείξτε το προσεκτικά, εάν όχι δώστε συγκεκριμένο αντιπαράδειγμα.

(γ) Αποδείξτε ότι μία μικτή στρατηγική του παίκτη 1 η οποία αποδίδει μη μηδενικές πιθανότητες μόνο σε αγνές στρατηγικές οι οποίες είναι βέλτιστες αντιδράσεις στην εκτίμηση μ_{-1} αποτελεί και η ίδια βέλτιστη αντίδραση στη μ_{-1}.

(δ) Διατυπώστε και αποδείξτε το αντίστροφο του (γ).

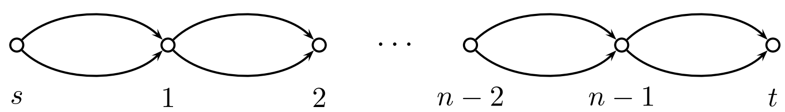
Θέμα 2. Έστω Γ ένα πεπερασμένο παίγνιο με σύνολο παικτών $\{1, 2, \ldots, n\}$.

(α) Να ορίσετε προσεκτικά την έννοια της κυριαρχούμενης αγνής στρατηγικής για τον παίκτη 1.

(β) Αληθεύει ότι κάθε παίκτης έχει μία κυριαρχούμενη αγνή στρατηγική; Εάν ναι αποδείξτε το προσεκτικά, εάν όχι δώστε συγκεκριμένο αντιπαράδειγμα.

Θέμα 3. Θεωρήστε ένα παίγνιο Γ δύο παικτών. Ο παίκτης 1 έχει στη διάθεσή του m στρατηγικές και ο παίκτης 2 έχει στη διάθεσή του n στρατηγικές. Για κάθε περίγραμμα αγνών στρατηγικών, η ωφέλεια κάθε παίκτη είναι είτε 0 είτε 1. Δώστε ικανές και αναγκαίες συνθήκες ώστε το παίγνιο να *μην* έχει αγνή ισορροπία Nash.

Θέμα 4. Θεωρήστε το παρακάτω δίκτυο.



Τρεις παίκτες με φορτία w_1, w_2 και w_3 αντίστοιχα επιθυμούν να δρομολογήσουν τα φορτία τους από τον κόμβο-πηγή s προς τον κόμβο-προορισμό t. Η καθυστέρηση σε κάθε ακμή ισούται με το συνολικό φορτίο που εξυπηρετεί. Βρείτε

(α) μία αγνή ισορροπία Nash και

(β) μία πλήρως μικτή ισορροπία Nash

για το επαγόμενο παίγνιο συμφόρησης.