

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι – Εξεταστική Περίοδος Σεπτεμβρίου 2006

Θέμα 1. Έστω G ένα παίγνιο σε στρατηγική (κανονική) μορφή με παίκτες $\{1, 2, \dots, n\}$, σύνολα καθαρών (pure) στρατηγικών S_i και συναρτήσεις ωφέλειας (κέρδους) u_i για τους παίκτες $i = 1, \dots, n$, αντίστοιχα.

1. Να ορίσετε τις έννοιες κυριαρχούμενης αγνής στρατηγικής (dominated pure strategy) και αγνής ισορροπίας Nash.
2. Έστω $s = (s_1, \dots, s_n)$ ένα περίγραμμα αγνών στρατηγικών. Ισχύει κάποια ή κάποιες από τις δύο κατευθύνσεις της παρακάτω ισοδυναμίας;

“Το περίγραμμα s είναι σε ισορροπία Nash αν και μόνον αν υπάρχει τουλάχιστον ένας παίκτης $i \in \{1, \dots, n\}$ για τον οποίο η s_i είναι κυριαρχούμενη.”

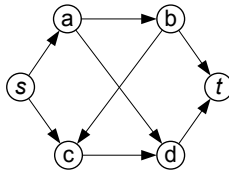
Να αποδείξετε προσεκτικά και σύντομα όποια (όποιες) τυχόν κατεύθυνση (κατευθύνσεις) ισχύει (ισχύουν) και να δώσετε αντιπαράδειγμα για όποια (όποιες) τυχόν δεν ισχύει (ισχύουν).

Θέμα 2. Έστω G ένα παίγνιο σε στρατηγική (κανονική) μορφή με παίκτες $\{1, 2, \dots, n\}$ και σύνολα αγνών (pure) στρατηγικών S_i . Έστω επίσης ότι $\forall i = 1, \dots, n$, D_i είναι το σύνολο των κυριαρχούμενων στρατηγικών του παίκτη i . Αληθεύει πάντα ότι το παίγνιο όπου το σύνολο των δυνατών στρατηγικών για τους παίκτες $i = 1, \dots, n$ είναι η συνολοθεωρητική διαφορά $S_i \setminus D_i$ δεν περιέχει κυριαρχούμενες στρατηγικές; Δικαιολογήστε την απάντησή σας με σύντομη απόδειξη ή αντιπαράδειγμα.

Θέμα 3. Θεωρήστε τρεις μηχανές M_1 , M_2 και M_3 με ταχύτητες επεξεργασίας s_1 , s_2 και s_3 MB/sec αντίστοιχα, έτσι ώστε $s_1 = 2s_2 = 10s_3 > 1$. Τρεις χρήστες 1, 2 και 3 έχουν ο καθένας από μία εργασία μεγέθους $w_1 = 50$ MB, $w_2 = 20$ MB και $w_3 = 10$ MB αντίστοιχα. Κάθε χρήστης πρέπει να επιλέξει μία από τις μηχανές ώστε να εκτελεστεί η εργασία του, και το κόστος για κάθε χρήστη ορίζεται ως ο συνολικός χρόνος επεξεργασίας που απαιτεί η μηχανή που επιλέγει.

1. Βρείτε, αν υπάρχει, μια αγνή ισορροπία Nash και εξηγήστε γιατί είναι ισορροπία.
2. Υπάρχει ισορροπία Nash στην οποία ο χρήστης 1 επιλέγει τη μηχανή M_1 , ο χρήστης 2 επιλέγει τη μηχανή M_2 και ο χρήστης 3 επιλέγει τη μηχανή M_2 με πιθανότητα $p > 0$ και τη μηχανή M_3 με πιθανότητα $1 - p$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Θέμα 4. Δίδεται το παρακάτω $s - t$ δίκτυο με κορυφές s, a, b, c, d, t και κατευθυνόμενα μονοπάτια $sab, scdt, sadt$ και $sabcdt$.



Τρεις χρήστες 1, 2 και 3 επιθυμούν να δρομολογήσουν τα φορτία τους, μεγέθους $w_1 = 10$, $w_2 = 5$ και $w_3 = 1$ αντίστοιχα, από την πηγή s προς τον προορισμό t .

1. Βρείτε μια αγνή ισορροπία Nash για το σύστημα και δικαιολογήστε γιατί είναι αγνή ισορροπία Nash.
2. Πόσο είναι το δυναμικό του συστήματος στην ισορροπία που βρήκατε;

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή Επιτυχία.