

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι - Εξετ. περ. Σεπτεμβρίου 2012

Θέμα 1 Θεωρήστε το παρακάτω παίγνιο διπίννακα.

	A	B	C
X	a, b	c, d	e, f
Y	g, h	i, j	k, l

Να δώσετε τις ικανές και αναγκαίες συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l$ ώστε να υπάρχει ισορροπία Nash (σ_1, σ_2) όπου $\sigma_1(X) = 1/4, \sigma_2(A) = 1/3, \sigma_2(B) = 2/3$.

Θέμα 2 Θεωρήστε έναν εργαζόμενο και έναν εργοδότη. Ο εργαζόμενος μπορεί είτε να Δουλέψει (Δ) είτε να Φυγοπονήσει (Φ). Ο εργοδότης μπορεί είτε να Επιθεωρήσει (E) τον εργαζόμενο είτε Όχι (O). Ο εργοδότης έχει όφελος b αν ανακαλύψει ότι ο εργαζόμενος φυγοπονεί, αλλά το κόστος της επιθεώρησης είναι c , όπου $b > c > 0$. Το κόστος για τον εργαζόμενο αν δουλέψει είναι w , αλλά αν φυγοπονήσει και το ανακαλύψει ο εργοδότης τότε το κόστος του είναι g , που $g > w > 0$. Να μοντελοποιήσετε το παραπάνω σενάριο ως ένα παίγνιο σε στρατηγική μορφή (αρκεί να δώσετε το διπίννακα που το περιγράφει) και να εξετάσετε αν υπάρχει αγνή ισορροπία Nash.

Θέμα 3 Ένα προϊόν παράγεται από 2 βιομηχανίες B_1 και B_2 . Το κόστος για τη βιομηχανία B_1 όταν παράγει q_1 μονάδες προϊόντος είναι $C_1(q_1) = q_1^2 - q_1$. Το κόστος για τη βιομηχανία B_2 όταν παράγει q_2 μονάδες προϊόντος είναι $C_2(q_2) = q_2^2 - 4q_2$. Όλη η ποσότητα προϊόντος Q που παράγεται πωλείται στην τιμή $P(Q) = 500 - Q$ ανά μονάδα προϊόντος. Να βρείτε τις ποσότητες q_1, q_2 που πρέπει να παράξουν οι δύο βιομηχανίες ώστε να έχουμε ισορροπία.

Θέμα 4 Θεωρήστε 2 μηχανές M_a, M_b με ταχύτητες επεξεργασίας $a = 3$ και $b > 0$ αντίστοιχα, και 301 χρήστες με εργασίες μεγέθους 1 ο καθένας. Κάθε χρήστης καλείται να επιλέξει μία μηχανή ώστε να εκτελεστεί η εργασία του. Το κόστος για ένα χρήστη είναι η συνολική καθυστέρηση στη μηχανή που επιλέγει (ισούται δηλαδή με το συνολικό φορτίο στη μηχανή διά την ταχύτητά της). Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα b ώστε να υπάρχει ισορροπία Nash στην οποία όλοι οι χρήστες επιλέγουν με πιθανότητα $1/3$ τη M_a ;

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή επιτυχία.