

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι
Εξεταστική Περίοδος Σεπτεμβρίου 2008

Θέμα 1. Θεωρούμε παίγνιο δύο παικτών με σύνολα αγνών στρατηγικών S_1 και S_2 , αντιστοίχως. Μία από τις ακόλουθες προτάσεις είναι ορθή και μία λανθασμένη. Να αποδείξετε την ορθή και να δώσετε αντιπαράδειγμα για τη λανθασμένη:

- Αν μία μικτή στρατηγική $\sigma_1 \in \Delta(S_1)$ κυριαρχεί επί μίας αγνής στρατηγικής $s_1 \in S_1$ τότε κάθε αγνή στρατηγική στο στήριγμα (support) της σ_1 κυριαρχεί επί της s_1 .
- Αν μία μικτή στρατηγική $\sigma_1 \in \Delta(S_1)$ είναι βελτίστη αντίδραση (best response) για μία εκτίμηση $\mu_2 \in \Delta(S_2)$ τότε κάθε αγνή στρατηγική στο στήριγμα (support) της σ_1 είναι βελτίστη αντίδραση για τη μ_2 .

Θέμα 2. Έστω ότι δύο βιομηχανίες B_1 και B_2 παράγουν προϊόντα ίδιας χρήσης, αλλά το προϊόν της B_1 είναι κατώτερης ποιότητας από αυτό της B_2 . Έστω ότι η τιμή μονάδος του προϊόντος της B_1 δίνεται από τον τύπο $p_1 = 10 - q_1 - q_2$, και ότι η τιμή μονάδος για το προϊόν της B_2 δίνεται από τον τύπο $p_2 = 2(10 - q_1 - q_2)$. Έστω επίσης ότι το κόστος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος είναι 1 για τη B_1 και 2 για τη B_2 . Να υπολογίσετε για ποιές ποσότητες παραγωγής για την κάθε βιομηχανία έχουμε ισορροπία Nash.

Θέμα 3. Δίνεται το παρακάτω παίγνιο διπίνακα.

	L	C	R
T	x_1, y_1	x_2, y_2	x_3, y_3
B	x_4, y_4	x_5, y_5	x_6, y_6

όπου $x_i, y_i \in \mathbb{Z}$ για κάθε $i \in \{1, \dots, 6\}$.

1. Δώστε συνθήκες για τα x_i, y_i έτσι ώστε το περίγραμμα (B, C) να είναι αγνή ισορροπία Nash.
2. Δώστε συνθήκες για τα x_i, y_i έτσι ώστε να υπάρχει ισορροπία Nash στην οποία ο παίκτης 1 επιλέγει με μη μηδενική πιθανότητα τις στρατηγικές T, B , ενώ ο παίκτης 2 επιλέγει με μη μηδενική πιθανότητα τις στρατηγικές L, R και με πιθανότητα 0 τη στρατηγική C .

Θέμα 4. Δίνεται ένα δίκτυο με δύο παράλληλες ακμές e_1 και e_2 από έναν κόμβο-πηγή s προς έναν κόμβο-προορισμό t . Η καθυστέρηση στην ακμή e_1 ισούται με το συνολικό φορτίο που διέρχεται από την e_1 , ενώ η καθυστέρηση στην ακμή e_2 ισούται με δύο φορές το συνολικό φορτίο που διέρχεται από την e_2 .

Υποθέστε ότι 15 χρήστες, κάθε ένας από τους οποίους έχει φορτίο μεγέθους 1, επιθυμούν να δρομολογήσουν τα φορτία τους από το s στο t . Το κόστος για ένα χρήστη είναι η συνολική καθυστέρηση στην ακμή που επιλέγει.

1. Βρείτε μια αγνή ισορροπία Nash.
2. Βρείτε μια συμμετρική ισορροπία Nash, δηλαδή μια ισορροπία Nash στην οποία όλοι οι χρήστες επιλέγουν την ίδια στρατηγική.

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα. Καλή Επιτυχία.