

**Ένα περιβάλλον πολλαπλών αναπαραστάσεων για τη μάθηση εννοιών που αφορούν
στον αλγόριθμο ταξινόμησης φυσαλίδας (Bubble sort)**

Γεώργιος Βλαχογιάννης, Βασίλειος Κεκάτος, Μιχάλης Μιατίδης,

Ιωάννης Μισεδάκης, Μαρία Κορδάκη και Ηλίας Χούστης

Τμήμα Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής

Παν/μιο Πατρών, 26500 Ρίο Πάτρας, e-mail : kordaki@cti.gr, enc@cs.purdue.edu

Περίληψη

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται ο σχεδιασμός, η υλοποίηση και η πιλοτική αξιολόγηση ενός εκπαιδευτικού λογισμικού το οποίο κατασκευάστηκε προκειμένου να αποτελέσει ένα πιθανό περιβάλλον μάθησης εννοιών που αφορούν στη μάθηση της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας'. Το περιβάλλον αυτό σχεδιάστηκε με βάση τις σύγχρονες εποικοδομιστικές και κοινωνικές προσεγγίσεις για τη γνώση και τη μάθηση και αποτελεί ένα αλληλεπιδραστικό περιβάλλον πολλαπλών αναπαραστάσεων. Πιο συγκεκριμένα ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να εκφράσει τις υποκειμενικές του μεθόδους ταξινόμησης όπως και τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' σε τρία αναπαραστασιακά συστήματα. Στο σύστημα των εικονικών προσομοιώσεων φυσικών αντικειμένων (νομίσματα), στο συμβολικό σύστημα του γραπτού λόγου και στο συμβολικό σύστημα του ψευδοκώδικα. Επιπλέον υπάρχει δυνατότητα δυναμικής αναπαράστασης της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' με χρήση κινούμενου σχήματος (animation). Από την πιλοτική μελέτη αξιολόγησης προέκυψε ότι οι μαθητές έχουν ανάγκη να πειραματίζονται με τις εικονικές αναπαραστάσεις των φυσικών αντικειμένων και να τα ταξινομούν με ενεργητικό τρόπο. Επιπλέον προέκυψε η ανάγκη επιστροφής και πραγματοποίησης αυτής της διαδικασίας κατά τη διάρκεια της προσπάθειας ερμηνείας των μεθόδων ταξινόμησης στα υπόλοιπα συμβολικά συστήματα που προαναφέρθηκαν.

Εισαγωγή

Η ταξινόμηση αποτελεί μια σημαντική δραστηριότητα η οποία συναντάται σε όλους τους λαούς, στην επιστήμη στην τεχνολογία στην οικονομική και εμπορική ζωή αλλά και στην καθημερινή ζωή των ανθρώπων (Knuth, 1973; Linderson & Vitter, 1985; Bishop, 1988). Η ταξινόμηση συνδέεται με τη σύγκριση την ποσοτικοποίηση και γενικότερα τη μέτρηση ποιοτήτων που έχουν αξία και ενδιαφέρον και ως εκ τούτου

αποκτά μεγάλη κοινωνική ισχύ (Bishop, 1988). Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι το 25% του συνολικού ενεργού χρόνου εργασίας των Η/Υ αφιερώνεται σε ταξινομήσεις ενώ ο καθημερινός χρόνος που διαθέτουν οι μεγάλες τράπεζες σε ταξινομήσεις λογαριασμών ανέρχεται στα δύο ώρες (Knuth, 1975; Linderson & Vitter, 1985). Η αξία της ταξινόμησης έγκειται στο ότι τα διατεταγμένα στοιχεία προσφέρουν αποτελεσματικότερες λύσεις για διάφορα προβλήματα. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να είναι αριθμοί, ονόματα, αρχεία, εμβαδά, αντικείμενα. Σε όλες τις περιπτώσεις δεχόμαστε ότι περιέχουν μια μετρήσιμη πληροφορία. Η βασική πράξη στην ταξινόμηση είναι η σύγκριση στοιχείων και η εναλλαγή τους. Η γενικότερη αυτή σημασία της ταξινόμησης επιβάλλει την αυτοματοποίησή της μέσα από την κατασκευή γρήγορων αλγόριθμων εκτελέσιμων από υπολογιστές. Μια σειρά από αλγόριθμους ταξινόμησης εκτελέσιμους από υπολογιστή έχει αναφερθεί όπως για παράδειγμα, η ταξινόμηση με εισαγωγή (Insertion sort), η γρήγορη ταξινόμηση (Quick sort) η ταξινόμηση φυσαλίδας (Bubble sort) και άλλοι (Knuth, 1975; Linderson & Vitter, 1985).

Η κατανόηση των αλγορίθμων απαιτεί υψηλού επιπέδου αφαιρετική σκέψη διότι ως διαδικασίες, απαιτούν την κατανόηση αφαιρετικών διεργασιών οι οποίες προκύπτουν από ήδη αφαιρετικές διαδικασίες (Ματσαγγούρας, 1997). Η διαδικασία της κατανόησης αλγορίθμων προϋποθέτει την ικανότητα των μαθητών να ταξινομούν μετρήσιμες ποσότητες με τις δικές τους ενέργειες και στη συνέχεια να αναστοχάζονται πάνω σε αυτές προκειμένου να συνειδητοποιήσουν τη μέθοδο ταξινόμησης που χρησιμοποίησαν. Ειδικότερα η κατανόηση ενός αλγόριθμου ταξινόμησης εκτελέσιμου από Η/Υ προϋποθέτει επιπλέον την ικανότητα του μαθητή να ερμηνεύσει τη διαδικασία της ταξινόμησης σε πολλαπλά αναπαραστασιακά συστήματα. Τέτοια συστήματα είναι η φυσική γλώσσα, ο ψευδοκώδικας, το διάγραμμα ροής του αλγόριθμου, και τέλος το πρόγραμμα υλοποίησής του (). Η κατασκευή του προσωπικού αλγόριθμου ταξινόμησης του μαθητή πρέπει να αποτελεί τη βάση πάνω στην οποία θα στηριχτεί η οικοδόμηση της κατανόησης ειδικών σχετικών αλγορίθμων όπως είναι ο αλγόριθμος 'φυσαλίδας'. Η σημασία της κατασκευής της προσωπικής προσέγγισης του μαθητή ως αφετηρίας για την κατανόηση εξειδικευμένης γνώσης έχει αναφερθεί (Innskeep, 1976; Piaget, Inhelder, & Sheminska, 1981). Παρά το ότι η διαδικασία της κατανόησης των αλγορίθμων ταξινόμησης δεν αποτελεί και τόσο εύκολη διαδικασία για τους μαθητές η μέθοδος ταξινόμησης φυσαλίδας εισάγεται απευθείας σε αυτούς στη σχολική γνώση. Πιο συγκεκριμένα η ανάγκη κατασκευής των προσωπικών τους μεθόδων ταξινόμησης μέσα από πειραματισμό με συγκεκριμένα υλικά παρακάμπτεται, ενώ η μέθοδος

ταξινόμησης 'φυσαλίδας' δεν διδάσκεται μέσα από πολλαπλές και διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις της. Προκειμένου να δοθεί η ευκαιρία στους μαθητές να κατασκευάσουν την έννοια της ταξινόμησης και πιο συγκεκριμένα τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' μέσα από τη διαδικασία που προαναφέρθηκε κατασκευάστηκε το εκπαιδευτικό λογισμικό το οποίο παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία. Εκπαιδευτικό λογισμικό πολλαπλών αναπαραστάσεων για τη μάθηση της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' σε μαθητές Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης δεν έχει κατασκευαστεί. Η σημασία του εκπαιδευτικού λογισμικού στη σύνδεση εικονικών και συμβολικών αναπαραστάσεων όπως και η σημασία εκπαιδευτικού λογισμικού πολλαπλών αναπαραστάσεων στη μάθηση έχει αναφερθεί (Kordaki & Potari, 1998; Borba & Confrey, 1996). Το θεωρητικό πλαίσιο του σχεδιασμού του λογισμικού όπως και η ανάλυση και υποστήριξη των λειτουργιών του σε συνδυασμό με μια πιλοτική μελέτη αξιολόγησής του με μαθητές όπως και συμπεράσματα και προτάσεις για τη βελτίωσή του συζητούνται στις ενότητες 2, 3, 4, 5 και 6 του επόμενου μέρους της εργασίας αυτής.

2. Το θεωρητικό πλαίσιο του σχεδιασμού του λογισμικού

Το θεωρητικό πλαίσιο του σχεδιασμού του εκπαιδευτικού λογισμικού που κατασκευάστηκε στηρίζεται στη θεώρηση του εποικοδομισμού για τη γνώση και τη μάθηση σε συνδυασμό με κοινωνικοπολιτισμικές θεωρήσεις (Bauersfeld, 1988 Confrey, 1995). Από τη θεώρηση του εποικοδομισμού η γνώση αντιμετωπίζεται ως μια υποκειμενική και ενεργητική κατασκευή ενώ οι κοινωνικοπολιτισμικές θεωρήσεις δίνουν έμφαση στο ρόλο των εργαλείων στη διαδικασία της μάθησης. Η αλληλεπιδραστικότητα του περιβάλλοντος σε συνδυασμό με τη διάθεση εργαλείων που ταιριάζουν με το πώς ο μαθητής μαθαίνει τις συγκεκριμένες έννοιες για τις οποίες έχει σχεδιαστεί το εκπαιδευτικό λογισμικό αναφέρονται ως σημαντικά σημεία προκειμένου ο μαθητής να μπορεί να είναι ενεργητικός στη διαδικασία κατασκευής της γνώσης του (Kordaki & Potari, 1998). Επιπλέον η δυνατότητα του περιβάλλοντος να παρέχει στο μαθητή ευκαιρίες πειραματισμού με αντικείμενα τα οποία είναι οικεία προς αυτόν αφ ενός μεν του δημιουργούν κίνητρο για μάθηση και εφ ετέρου τον εμπλέκουν σε μια διαδικασία όπου η γνώση αντιμετωπίζεται ως νοητική κατασκευή και όχι ως διαδικασία απομνημόνευσης. Ο σχεδιασμός και η διάθεση τέτοιων εργαλείων με τη χρήση των οποίων ο μαθητής έχει την ευκαιρία να κατασκευάσει πολλαπλές αναπαραστάσεις της ίδιας έννοιας έχει αναγνωρισθεί ως παράγοντας καθοριστικής σημασίας διότι δίνει

δυνατότητες έκφρασης των ιδιαιτεροτήτων των μαθητών στη μάθηση προσφέροντάς τους δυνατότητες διαφορετικής αφετηρίας (Dettori & Lemut, 1995; Dyfour-Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987).

Η σημασία των πολλαπλών εξωτερικών αναπαραστάσεων στη μάθηση

Ο πειραματισμός των μαθητών με υλικά και εξωτερικές αναπαραστάσεις τους δίνει τη δυνατότητα διερεύνησης βασικών σχέσεων που αφορούν στο αντικείμενο της μάθησης (Bishop, 1983 σελ. 175). Ως εξωτερικές αναπαραστάσεις θεωρούνται τα σχήματα, οι εικόνες τα σύμβολα, οι πίνακες, οι γραφικές παραστάσεις. Αναφέρεται ότι οι εξωτερικές αναπαραστάσεις συνδέονται και υποστηρίζουν τις εσωτερικές νοητικές αναπαραστάσεις που δημιουργούν τα άτομα για κάποιες έννοιες (Sutherland, 1995). Επιπλέον αναφέρεται, ότι οι εξωτερικές αναπαραστάσεις ενδείκνυνται στο να κάνουν το αντικείμενο μάθησης γοητευτικό και ενδιαφέρον για τους μαθητές, και μπορούν να αποτελούν τα πεδία πρώτης αναφοράς των μαθητών προκειμένου να οικοδομήσουν βασικές έννοιες (Dyfour-Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987; Kaput, 1987). Οι μεταβάσεις και οι μετασχηματισμοί που πραγματοποιούν οι μαθητές μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων της ίδιας έννοιας αποκτούν ενδιαφέρον για τη μάθηση και χρήση εννοιών που αφορούν στο αντικείμενο της μάθησης (Lesh, Mehr & Post, 1987). Μέσα από αυτή τη διαδικασία οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αναστοχαστούν και να συνειδητοποιήσουν τις κοινές ιδιότητες των εννοιών και να εξάγουν τη δομή τους (Dettori & Lemut, 1995; Janvier, 1987). Επιπλέον υποστηρίζεται ότι η εννοιολογική κατανόηση απορρέει από τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων ενώ η χρήση νέων μορφών αναπαραστάσεων αλλάζει το είδος της γνώσης που διδάσκεται (Noss & Hoyles, 1996; Borba & Confrey, 1996). Η φυσική γλώσσα και οι εικόνες αποτελούν τα ‘περιβάλλοντα’ συμβολικά συστήματα και υποστηρίζεται ότι πολλές δυσκολίες των παιδιών απορρέουν από την έλλειψη συνέχειας μεταξύ των φυσικών και των αναπαραστασιακών συστημάτων που έχουν επινοηθεί από τον άνθρωπο (Kaput, 1987). Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται θα πρέπει να βρίσκονται κοντά στις εσωτερικές αναπαραστάσεις των παιδιών ενώ οι συμβολικές αφαιρετικές αναπαραστάσεις που εμπεριέχουν κάποιους κανόνες δεν θα πρέπει να εισάγονται πρόωρα στα παιδιά διότι δεν έχουν κάποιο νόημα για αυτά και καταλήγουν να αντιμετωπίζονται ως μια τυπική γλώσσα (Dyfour-Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987). Οι δυνατότητες των ηλεκτρονικών υπολογιστών για

δημιουργία πολλαπλών αναπαραστάσεων έχουν χρησιμοποιηθεί στην κατασκευή εκπαιδευτικού λογισμικού (Kordaki & Potari, 1998; Borba & Confrey, 1996).

3. Ανάλυση και υποστήριξη των λειτουργιών του λογισμικού

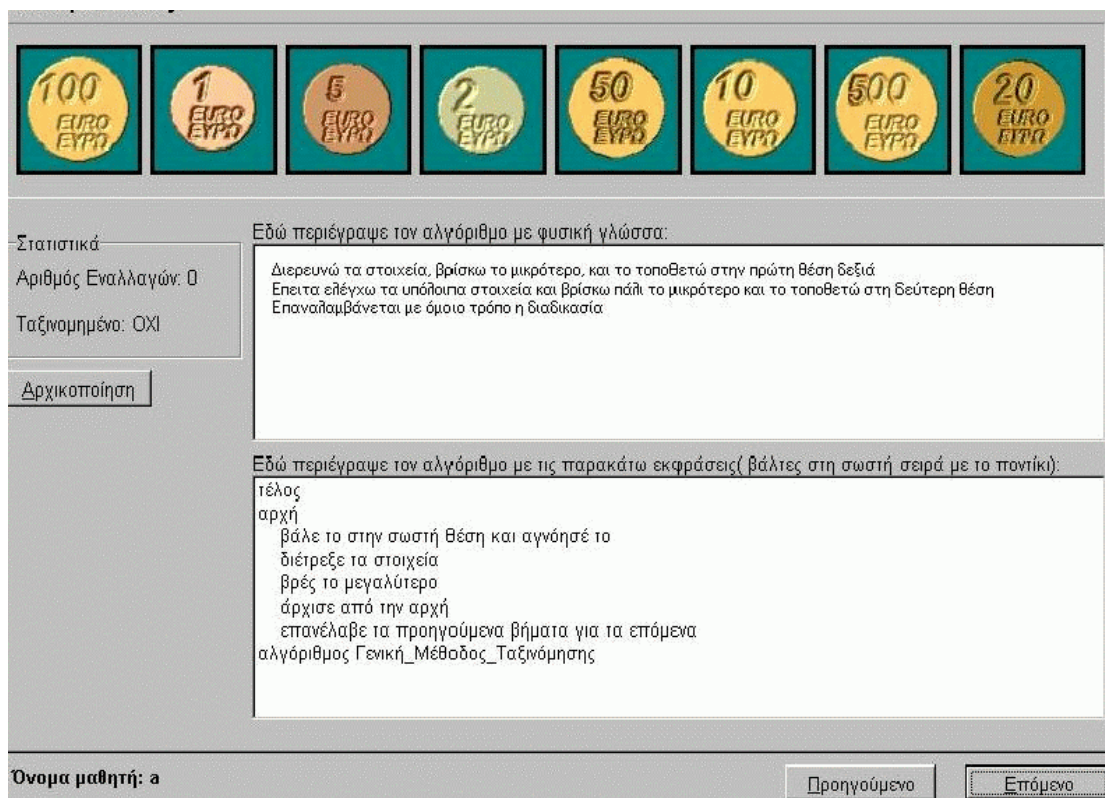
Το εκπαιδευτικό λογισμικό που κατασκευάστηκε δίνει την ευκαιρία στο μαθητή να πειραματιστεί και να κατασκευάσει δύο μεθόδους ταξινόμησης. Την προσωπική του μέθοδο ταξινόμησης η οποία ανταποκρίνεται στη διαισθητική του γνώση και την οποία πραγματοποιεί αυθόρμητα και την μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας'. Επιλέχθηκε να δοθεί η ευκαιρία στο μαθητή να πραγματοποιήσει τη δική του μέθοδο ταξινόμησης προκειμένου να στηριχτεί σε αυτήν για να οικοδομήσει τη μέθοδο της 'φυσαλίδας' αλλά και προκειμένου να διερευνηθεί το είδος των μεθόδων ταξινόμησης που ακολουθούν με αυθόρμητο τρόπο οι μαθητές. Επιπλέον μέσα από την κατασκευή διαφορετικών μεθόδων ταξινόμησης ο μαθητής θα έχει την ευκαιρία να προχωρήσει σε συγκρίσεις αυτών των μεθόδων. Προκειμένου να μπορεί ο μαθητής να πραγματοποιήσει τις μεθόδους που προαναφέρθηκαν και να διατυπώσει αλγόριθμους ταξινόμησης κατασκευάστηκαν δύο περιβάλλοντα αντίστοιχα.

Περιβάλλον υποστήριξης της κατασκευής της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή. Το περιβάλλον αυτό αποτελείται από τα παρακάτω πεδία :

Πεδίο υλοποίησης της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή μέσω πειραματισμού με εικονικές αναπαραστάσεις οικείων φυσικών αντικειμένων. Το πεδίο αυτό υπάρχει στην οθόνη του υπολογιστή και περιέχει 7 νομίσματα τα οποία είναι τοποθετημένα με τυχαία διάταξη ως προς την αξία τους, και ο μαθητής μπορεί να τα μετακινήσει με το ποντίκι ώστε να τα ταξινομήσει με αύξουσα ή φθίνουσα σειρά (Εικόνα 1). Το πεδίο αυτό αποτελεί έναν πειραματικό χώρο που δίνει ευκαιρίες στο μαθητή να κάνει ταξινομήσεις με ενεργητικό τρόπο. Το πρόγραμμα δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να δει πόσες εναλλαγές έχει κάνει καθώς και να διαπιστώσει αν η λίστα των νομισμάτων έχει ταξινομηθεί. Επιπλέον ο μαθητής πατώντας το πλήκτρο 'αρχικοποίηση' μπορεί να επαναλάβει τη διαδικασία της ταξινόμησης αρχικοποιώντας τη λίστα των νομισμάτων.

Πεδίο περιγραφής της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή σε φυσική γλώσσα. Ο μαθητής αφού αναστοχαστεί στις ενέργειες που πραγματοποίησε στη φάση του πειραματισμού του με την ταξινόμηση των νομισμάτων καλείται να προχωρήσει αφαιρετικά και να περιγράψει σε φυσική γλώσσα τη μέθοδο ταξινόμησης που πραγματοποίησε. Η περιγραφή αυτή γίνεται σε ένα πεδίο που αποτελεί διαφορετικό

χώρο στην οθόνη του υπολογιστή και στο οποίο ο μαθητής μπορεί να γράψει κείμενο. Το πεδίο αυτό βρίσκεται στο ίδιο οθόνη με το πεδίο πειραματισμού. Αυτό επιλέχθηκε προκειμένου να επιτρέπει στο μαθητή να επιστρέφει στην πειραματική διαδικασία στην περίπτωση που αδυνατεί να προχωρήσει στην αφαιρετική διαδικασία και να περιγράψει σε φυσική γλώσσα τη μέθοδο που πραγματοποίησε για την ταξινόμηση των νομισμάτων. Η διαδικασία της μετάβασης από τη φάση του πειραματισμού στην περιγραφή της μεθόδου σε φυσική γλώσσα είναι δύσκολη για τους μαθητές γιατί προυποθέτει αναστοχασμό στις αυθόρμητες ενέργειές τους και αφαιρετική διαδικασία προκειμένου για τη διατύπωση της μεθόδου ταξινόμησης που χρησιμοποιήθηκε.



Εικόνα 1. Η διεπιφάνεια του περιβάλλοντος υποστήριξης της κατασκευής της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή

Πεδίο περιγραφής της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή σε μορφή ψευδοκώδικα. Σε αυτό το πεδίο καλείται ο μαθητής να μετατρέψει σε ψευδοκώδικα, τη μέθοδο ταξινόμησης που πραγματοποίησε και στη συνέχεια περιέγραψε σε φυσική γλώσσα. Το πεδίο αυτό είναι ένα διαφορετικό πεδίο στην οθόνη του υπολογιστή στο οποίο ο μαθητής μπορεί να γράψει τον ψευδοκώδικα που αντιστοιχεί στη μέθοδο ταξινόμησης που πραγματοποίησε. Όλα τα πεδία που προαναφέρθηκαν συνυπάρχουν στην οθόνη προκειμένου να δίνεται η ευκαιρία στο μαθητή να μελετά και να αναστοχάζεται σε ένα σύνολο αναπαραστάσεων της μεθόδου ταξινόμησης που ήδη πραγματοποίησε. Επιπλέον μπορεί να επιστρέφει στην πειραματική διαδικασία

ταξινόμησης των νομισμάτων ή στην περιγραφή της σε φυσική γλώσσα προκειμένου να διευκολύνεται για να προχωρήσει στη διαδικασία συγγραφής με την τυποποιημένη γλώσσα του ψευδοκώδικα.

Περιβάλλον υποστήριξης της κατασκευής της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας'

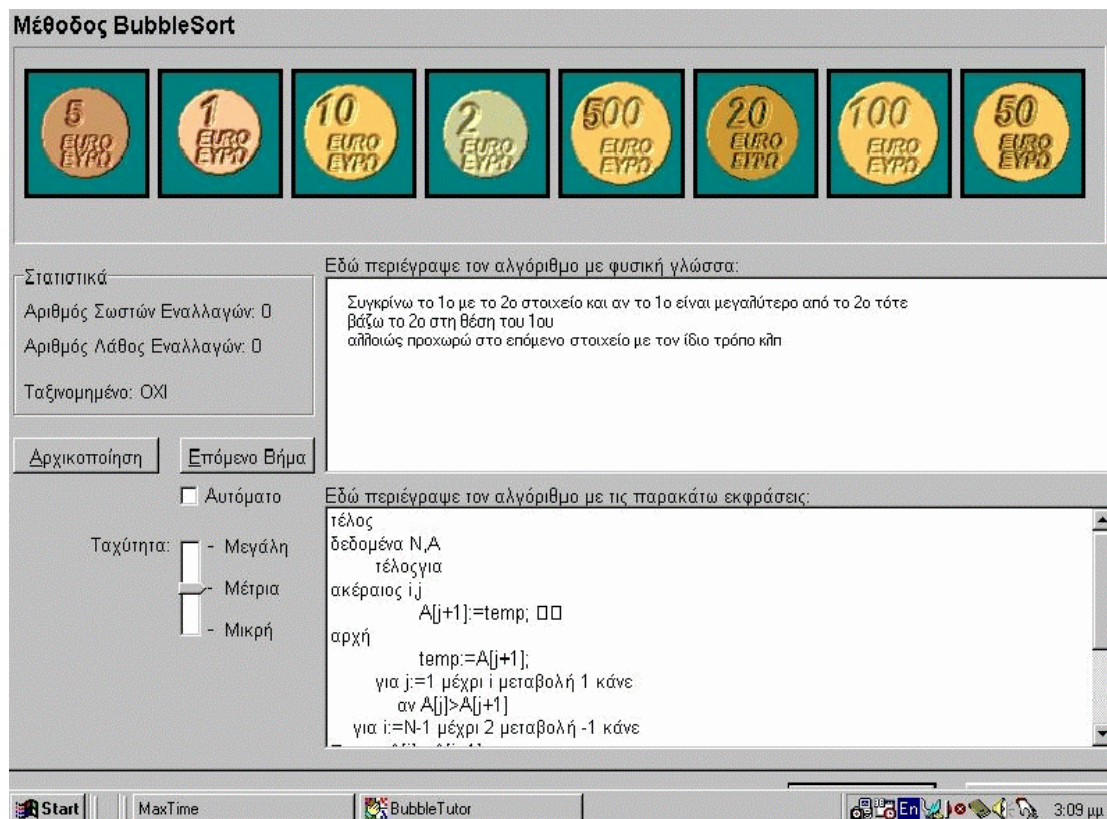
Το περιβάλλον αυτό αποτελείται από τα παρακάτω πεδία :

Πεδίο πληροφοριών. Στο πεδίο αυτό παρουσιάζεται η μέθοδος ταξινόμησης 'φυσαλίδας' σε μορφή κειμένου το οποίο παραθέτουμε : 'Στην αρχή έχουμε ένα σύνολο n στοιχείων σε ένα πίνακα τον οποίο θέλουμε να ταξινομήσουμε. Στόχος είναι να ταξινομήσουμε τα στοιχεία από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Πρώτα χρησιμοποιούμε ολόκληρο τον πίνακα. Συγκρίνουμε το 1^ο στοιχείο με το 2^ο και αν το πρώτο είναι μεγαλύτερο, τότε αλλάζουμε τη θέση τους. Συγκρίνουμε το 2^ο (που μπορεί να έχει αλλάξει) με το 3^ο και αν το 2^ο είναι μεγαλύτερο το εναλλάσσουμε. Συνεχίζουμε μέχρι το τέλος του πίνακα. Σαν αποτέλεσμα το μεγαλύτερο στοιχείο κάθεται στο τέλος του πίνακα και τα μικρότερα έχουν προχωρήσει προς τα αριστερά. Απομένει να διαταχθεί η λίστα των $n-1$ στοιχείων και μετά με τον ίδιο τρόπο, η λίστα των $n-2$ στοιχείων κοκ.'

Πεδίο υλοποίησης της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' μέσω πειραματισμού των μαθητών με εικονικές αναπαραστάσεις οικείων φυσικών αντικειμένων. Το πεδίο αυτό έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με το αντίστοιχο πεδίο το οποίο περιγράφηκε προηγουμένως στο περιβάλλον υποστήριξης της κατασκευής της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή. Η διαφορά είναι ότι στο πεδίο αυτό ο μαθητής καλείται να ταξινομήσει τα νομίσματα με τη μέθοδο 'φυσαλίδας'. Στην περίπτωση που ο μαθητής εναλλάσσει τα νομίσματα εφαρμόζοντας με λαθεμένο τρόπο τη μέθοδο, το πρόγραμμα βγάζει μήνυμα λάθους χωρίς όμως να προτείνει τη σωστή εναλλαγή. Επιπλέον το πρόγραμμα δίνει δυνατότητες στο μαθητή να δει τον αριθμό των σωστών και των λαθεμένων εναλλαγών που πραγματοποίησε όπως και αν έχει ταξινομήσει σωστά τη λίστα των νομισμάτων.

Πεδίο εξεικόνισης της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' με τεχνικές κινούμενου σχεδίου. Στο πεδίο αυτό γίνεται αυτόματη ταξινόμηση με τη μέθοδο 'φυσαλίδας' των 7 νομισμάτων που χρησιμοποιούνται στο πεδίο πειραματισμού. Η ενεργοποίηση της αυτόματης ταξινόμησης γίνεται με το πλήκτρο 'αυτόματο'. Οι εναλλαγές των νομισμάτων εξεικονίζονται στην οθόνη του υπολογιστή με τεχνικές κινούμενου σχεδίου. Υπάρχουν δυνατότητες επιλογής κίνησης τριών ταχυτήτων όπως και η δυνατότητα της αρχικοποίησης της λίστας των νομισμάτων για επανάληψη της αυτόματης διαδικασίας ταξινόμησης. Στιγμιότυπο αυτής της διαδικασίας παρουσιάζεται

στην εικόνα 2. Το πεδίο αυτό κατασκευάστηκε προκειμένου να αποτελέσει βοηθητικό στοιχείο για τους μαθητές στην περίπτωση που συναντούν δυσκολίες στην πραγματοποίηση της ταξινόμησης των νομισμάτων με τη μέθοδο 'φυσαλίδας' ή στην περιγραφή της σε φυσική γλώσσα ή σε ψευδοκώδικα.



Εικόνα 2. Η διεπιφάνεια του περιβάλλοντος υποστήριξης της κατασκευής της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας'

Πεδίο περιγραφής της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' σε φυσική γλώσσα. Το πεδίο αυτό έχει τα ίδια χαρακτηριστικά και την ίδια σκοπιμότητα με το αντίστοιχο πεδίο το οποίο περιγράφηκε προηγουμένως στο περιβάλλον υποστήριξης της κατασκευής της προσωπικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή.

Πεδίο περιγραφής της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' σε μορφή ψευδοκώδικα. Σε αυτό το πεδίο καλείται ο μαθητής να μετατρέψει σε ψευδοκώδικα, τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' την οποία πραγματοποίησε και που στη συνέχεια περιέγραψε σε φυσική γλώσσα.

Πεδίο αναδιοργάνωσης του ψευδοκώδικα που αντιστοιχεί στη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας'. Στο πεδίο αυτό καλείται ο μαθητής να τοποθετήσει στη σωστή σειρά τις εντολές του ψευδοκώδικα που αντιστοιχούν στη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας'. Η επιλογή αυτή έγινε προκειμένου να αποτελέσει βοηθητικό στοιχείο για τους μαθητές που δυσκολεύονται πολύ να κατασκευάσουν τον σωστό ψευδοκώδικα. Επιπλέον ο

ψευδοκώδικας αυτός στην τελική του μορφή μπορεί να αποτελέσει εργαλείο αυτοαξιολόγησης για τους μαθητές. Το σύνολο των πεδίων που προαναφέρθηκαν συνυπάρχουν στην οθόνη του υπολογιστή. Η επιλογή αυτή έγινε προκειμένου να δοθεί η ευκαιρία στο μαθητή να βρίσκεται σε αλληλεπίδραση και σε συνέχεια με το σύνολο των αναπαραστάσεων της μεθόδου. Με αυτό τον τρόπο θα έχει την ευκαιρία να στηρίζεται και να αναστοχάζεται σε μια ποικιλία εξωτερικών αναπαραστάσεων της μεθόδου στην προσπάθειά του να την εκφράσει στη συμβολική γλώσσα του ψευδοκώδικα

Το εκπαιδευτικό λογισμικό υλοποιήθηκε στο περιβάλλον προγραμματισμού Borland Delphi 5. Με την εισαγωγή του μαθητή στο πρόγραμμα του ζητείται να δώσει το όνομά του και δημιουργείται αυτόματα το αντίστοιχο log file στο οποίο καταγράφεται το ιστορικό των αλληλεπιδράσεών του με το πρόγραμμα ως πηγή πληροφοριών για παραπέρα μελέτη και έρευνα από τον καθηγητή ή τον ερευνητή.

4. Η πιλοτική φάση αξιολόγησης του λογισμικού

4.1. Η μεθοδολογία, τα ερωτήματα και οι συνθήκες της έρευνας αξιολόγησης

Η πιλοτική έρευνα αξιολόγησης του λογισμικού πραγματοποιήθηκε κάτω από τη γνωσιοθεωρητική τοποθέτηση του εποικοδομισμού σύμφωνα με την οποία δίνεται έμφαση στην διερεύνηση της εξέλιξης του μαθητή κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασής του με ένα μαθησιακό περιβάλλον (von Glasersfeld, 1987). Από μεθοδολογική άποψη η έρευνα αυτή αποτελεί μια ποιοτική μελέτη (Cohen & Manion, 1989) στην οποία διερευνάται α) το ποιες είναι οι αυθόρμητες μέθοδοι ταξινόμησης των μαθητών β) πως οι μαθητές κατασκευάζουν τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' στο περιβάλλον του λογισμικού που παρουσιάστηκε και γ) οι δυσκολίες και τα προβλήματα λειτουργίας των λειτουργιών του λογισμικού.

Η έρευνα αξιολόγησης πραγματοποιήθηκε στο Πειραματικό Λύκειο Πατρών στην οποία συμμετείχαν 4 μαθητές της Γ' Λυκείου, Τεχνολογικής κατεύθυνσης. Οι ερευνητές συμμετείχαν στην πειραματική έρευνα ως παρατηρητές χωρίς συμμετοχή, προκειμένου να μην επηρεάσουν τις στρατηγικές των μαθητών αλλά να καταγράψουν οτιδήποτε οι μαθητές έλεγαν ή έκαναν κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασής τους με το πρόγραμμα. Πηγές δεδομένων της έρευνας αξιολόγησης αποτέλεσαν οι σημειώσεις που προαναφέρθηκαν, τα log files τα οποία δημιουργήθηκαν και οι ηλεκτρονικές εικόνες με τις κατασκευές των μαθητών κατά τη διάρκεια του πειράματος.

Οι μαθητές αμέσως μετά την εισαγωγή τους στην ερευνητική διαδικασία ρωτήθηκαν από τους ερευνητές να αναφερθούν στην έννοια της ταξινόμησης και να δώσουν στοιχεία που να αφορούν στις γνώσεις τους πάνω σε υπολογιστές. Στη συνέχεια άρχισαν να παίρνουν μέρος ατομικά στην πειραματική έρευνα. Στο πρώτο περιβάλλον οι μαθητές κλήθηκαν αρχικά να ταξινομήσουν τα 7 νομίσματα με όποιο τρόπο αυτοί ήθελαν και στη συνέχεια να περιγράψουν τη μέθοδο που χρησιμοποίησαν χρησιμοποιώντας τη φυσική γλώσσα και τέλος να γράψουν τον αντίστοιχο ψευδοκώδικα. Στο δεύτερο περιβάλλον οι μαθητές αρχικά διάβασαν τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' από το αντίστοιχο πεδίο και στη συνέχεια κλήθηκαν να επαναλάβουν εφαρμόζοντας τη μέθοδο 'φυσαλίδας' τα ίδια καθήκοντα που τους τέθηκαν στο πρώτο περιβάλλον.

4.2. Ανάλυση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων της πιλοτικής φάσης αξιολόγησης

Η πρότερη γνώση των μαθητών. Όλοι οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα φαίνεται ότι γνώριζαν την έννοια της ταξινόμησης όπως προέκυψε από τις απαντήσεις τους στην αντίστοιχη ερώτηση που τους τέθηκε. Επιπλέον όλοι είχαν διδαχτεί τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' πριν δύο μήνες και τις σχετικές έννοιες που αφορούν στην κατασκευή ενός διαγράμματος ροής όπως και του αντίστοιχου ψευδοκώδικα. Οι συγκεκριμένοι μαθητές είχαν εξοικείωση με υπολογιστή στο σπίτι τους μιας και στο σχολείο δεν υπήρχαν διαθέσιμοι υπολογιστές για τη διδασκαλία αυτού του μαθήματος. Η εξοικείωσή τους αφορά στη χρήση των λειτουργιών των MS Windows,

A. Στο περιβάλλον υποστήριξης της κατασκευής της υποκειμενικής μεθόδου ταξινόμησης του μαθητή.

Η κατανόηση των λειτουργιών που βρίσκονται στην επιφάνεια διεπαφής. Γενικά όλοι οι μαθητές έδειξαν ότι κατανοούσαν τις λειτουργίες που υπάρχουν στην επιφάνεια διεπαφής με το χρήστη αυτού του περιβάλλοντος διότι τις χρησιμοποίησαν σωστά χωρίς να ζητήσουν διευκρινίσεις. Εκείνο που δεν ήταν προφανές σε ορισμένους ήταν η δυνατότητα drag & drop για την εναλλαγή των νομισμάτων. Στο σημείο αυτό πληροφορήσαμε τους μαθητές για τη δυνατότητα αυτή οπότε προχώρησαν στη χρήση της για την ταξινόμηση των νομισμάτων.

Οι προσωπικές μέθοδοι που ακολουθήθηκαν από τους μαθητές για την ταξινόμηση των νομισμάτων. Όλοι οι μαθητές που συμμετείχαν στο πείραμα αρχικά επέλεξαν με το μάτι το μεγαλύτερο σε αξία νόμισμα και το τοποθέτησαν στην τελευταία δεξιά θέση εναλλάσσοντάς το με το νόμισμα που βρισκόταν τοποθετημένο σε εκείνη τη θέση. Στη

συνέχεια επέλεξαν με τον ίδιο τρόπο το μεγαλύτερο σε αξία από τα υπόλοιπα νομίσματα το οποίο και τοποθέτησαν στην προτελευταία δεξιά θέση και συνέχισαν με αυτή τη μέθοδο έως ότου να ταξινομήσουν και τα 7 νομίσματα.

Η περιγραφή σε φυσική γλώσσα των προσωπικών μεθόδων ταξινόμησης που ακολουθήθηκαν από τους μαθητές. Οι μαθητές στην προσπάθειά τους να περιγράψουν σε φυσική γλώσσα τη μέθοδο ταξινόμησης που πραγματοποίησαν συνάντησαν δυσκολίες. Κανείς μαθητής δεν κατάφερε με την πρώτη προσπάθεια να περιγράψει σε φυσική γλώσσα τη μέθοδο που χρησιμοποίησε. Συνήθως περιέγραφαν κάτι άλλο ενώ ορισμένοι περιέγραψαν τη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας' που είχαν διδαχτεί ήδη στο σχολείο. Για το λόγο αυτό επανήλθαν όλοι στο πειραματικό πεδίο και επανέλαβαν την ταξινόμηση των 7 νομισμάτων έως ότου καταφέρουν τελικά να περιγράψουν σε φυσική γλώσσα τη μέθοδο ταξινόμησης που χρησιμοποίησαν.

Η διαδικασία συγγραφής του ψευδοκώδικα. Ορισμένοι μαθητές προχώρησαν στη συγγραφή του ψευδοκώδικα λέγοντας ότι αποτελεί μια πιο τυπική και δομημένη γλώσσα την οποία θεωρούν πιο εύκολη και πιο οικεία σε αυτούς. Παρόλα αυτά, όλοι δυσκολεύτηκαν στη συγγραφή του ψευδοκώδικα και επανήλθαν στον πειραματικό χώρο δοκιμάζοντας να ταξινομήσουν τα 7 νομίσματα. Υστερα από τον πειραματισμό ο ψευδοκώδικας που έγραψαν οι δύο μόνον μαθητές αντιστοιχούσε στη μέθοδο της ταξινόμησης που χρησιμοποίησαν. Ο τρίτος μαθητής προσπαθώντας να συντάξει τον ψευδοκώδικα διαπίστωσε ότι είναι πολύ μεγάλος και ότι η μέθοδος της 'φυσαλίδας' είναι ταχύτερη και δήλωσε ότι προτιμούσε να προχωρήσει στον πειραματισμό με αυτή τη μέθοδο ενώ ο τέταρτος μαθητής προσπάθησε να ανακαλέσει από τη σχολική γνώση τον ψευδοκώδικα της μεθόδου 'φυσαλίδας'.

B. Στο περιβάλλον μάθησης της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας'

Η κατανόηση των αντικειμένων που βρίσκονται στην επιφάνεια διεπαφής. Όλοι οι μαθητές έδειξαν ότι κατανοούσαν τις λειτουργίες που υπάρχουν στην επιφάνεια διεπαφής με το χρήστη αυτού του περιβάλλοντος τις οποίες και χρησιμοποίησαν χωρίς να ζητήσουν διευκρινίσεις.

Η πραγματοποίηση της μεθόδου 'φυσαλίδας' για την ταξινόμηση των νομισμάτων. Όλοι οι μαθητές κατάφεραν τελικά να εναλλάξουν τα νομίσματα με τη μέθοδο της 'φυσαλίδας'. Ορισμένοι τα κατάφεραν με την πρώτη προσπάθεια, άλλοι προκειμένου να το καταφέρουν ξαναδιάβασαν το κείμενο που την περιγράφει, ενώ υπήρξαν άλλοι που δοκίμασαν 2-3 φορές ώσπου να την πραγματοποιήσουν με σωστό τρόπο. Όλοι οι μαθητές δήλωσαν ότι η ταξινόμηση των νομισμάτων με τη μέθοδο αυτή, αποτελεί μια

ελκυστική και ενδιαφέρουσα διαδικασία, όπου επιπλέον, δοκιμάζουν στην πράξη την υλοποίησή της και όχι με θεωρητικό τρόπο στον πίνακα ή στο τετράδιο.

Η περιγραφή σε φυσική γλώσσα της μεθόδου ταξινόμησης 'φυσαλίδας'. Όλοι οι μαθητές κατάφεραν επιτυχημένα να περιγράψουν σε φυσική γλώσσα αυτή τη μέθοδο. Αυτό ήταν αναμενόμενο διότι την είχαν διδαχτεί στο σχολείο και επιπλέον, την είχαν διαβάσει λίγα λεπτά νωρίτερα σε μορφή κειμένου στο περιβάλλον του λογισμικού.

Η συγγραφή του ψευδοκώδικα που αντιστοιχεί στη μέθοδο ταξινόμησης 'φυσαλίδας'. Όλοι οι μαθητές που συμμετείχαν στο πείραμα παρουσίασαν δυσκολίες στην ολοκλήρωση της συγγραφής του ψευδοκώδικα και επανήλθαν στο πεδίο πειραματισμού για την ταξινόμηση των 7 νομισμάτων. Ορισμένοι μαθητές ύστερα από αυτό τον πειραματισμό κατάφεραν να ολοκληρώσουν τον ψευδοκώδικα και προχώρησαν στη διόρθωσή του. Άλλοι δεν τα κατάφεραν και πιο συγκεκριμένα δυσκολεύτηκαν στο να περιγράψουν με εντολές ψευδοκώδικα τα δύο φωλιασμένα loop επανάληψης. Επιπλέον παρουσιάστηκαν προβλήματα στην κατανόηση της χρήσης των μετρητών που έπρεπε να χρησιμοποιηθούν μέσα σε αυτές τις φωλιασμένες επαναληπτικές δομές. Οι μαθητές αυτοί αναγκάστηκαν να επαναλάβουν το πείραμα της ταξινόμησης των νομισμάτων πολλές φορές όπως και να παρατηρήσουν την αυτόματη ταξινόμηση των νομισμάτων με τη βοήθεια της κίνησης σχημάτων. Στο σημείο αυτό διαπιστώσαμε ότι αυτοί οι μαθητές επικεντρώνονταν και συγκρατούσαν μόνο τη μια σάρωση εναλλαγών για την ταξινόμηση των νομισμάτων ενώ δεν μπορούσαν να συγκρατήσουν τη διπλή επαναληπτική διαδικασία των εναλλαγών. Προκειμένου να ξεπεραστεί αυτό το αδιέξοδο τους παροτρύναμε να γράψουν αναλυτικά όλες τις εντολές του ψευδοκώδικα αποφεύγοντας να χρησιμοποιήσουν τις δομές επανάληψης. Υστερα από αυτή την εμπειρία έγινε δυνατή η κατασκευή του κατάλληλου ψευδοκώδικα από τους συγκεκριμένους μαθητές. Όλοι οι μαθητές προχώρησαν με τον ίδιο τρόπο στη διόρθωση του ψευδοκώδικα που ήδη είχαν κατασκευάσει. Πιο συγκεκριμένα, αφού κατασκεύασαν τον ψευδοκώδικα της μεθόδου 'φυσαλίδας' βάζοντας στη σωστή σειρά τις εντολές του από το αντίστοιχο πεδίο, έκαναν σύγκριση μεταξύ αυτού και εκείνου τον οποίον είχαν οι ίδιοι κατασκευάσει. Σε αυτό το σημείο παρατηρήσαμε ότι η διαδικασία της αναδιάταξης των εντολών του ψευδοκώδικα βοηθά τους μαθητές στη διαδικασία της αυτοδιόρθωσης όπως και αυτούς που δεν μπορούν να συντάξουν τον ψευδοκώδικα. Όμως η διαδικασία αυτή δεν θα πρέπει να είναι από την αρχή ελεύθερη στους μαθητές διότι καταφεύγουν σε αυτήν αμέσως και με αυτό τον τρόπο η γνώση τους προσφέρεται έτοιμη.

5. Συμπεράσματα - προτάσεις για βελτίωση και επανασχεδιασμό του λογισμικού

Από τη μελέτη των αποτελεσμάτων της παρούσας έρευνας προέκυψε ότι η μάθηση αλγορίθμων ταξινόμησης και ειδικότερα της μεθόδου 'φυσαλίδας' αποτελεί μια δύσκολη υπόθεση για τους μαθητές παρά το ότι τους έχουν ήδη διδαχτεί στη σχολική τους γνώση. Οι δυσκολίες των μαθητών αφορούν στη συνειδητοποίηση του αλγόριθμου, και επιπλέον στην έκφρασή του σε φυσική γλώσσα όπως και σε ψευδοκώδικα. Οι δυσκολίες αυτές μπορούν να ερμηνευτούν ως αποτέλεσμα της εισαγωγής των μαθητών στον ψευδοκώδικα της ταξινόμησης της μεθόδου 'φυσαλίδας' χωρίς να τους έχει δοθεί προηγουμένως η ευκαιρία να εκφράσουν τις δικές τους μεθόδους ταξινόμησης ώστε στηριγμένοι σε αυτές να κατασκευάσουν άλλες. Επιπλέον, σημαντικό ρόλο για τις δυσκολίες των μαθητών φαίνεται να παίζει το ότι δεν έχουν πειραματιστεί με την ταξινόμηση συγκεκριμένων υλικών ώστε να μπορούν να αναστοχάζονται στις ενέργειές τους και να προχωρήσουν στη συνειδητοποίηση της μεθόδου. Από την πιλοτική φάση της αξιολόγησης αυτού του λογισμικού φάνηκε επίσης ότι οι μαθητές είχαν ανάγκη να επανέλθουν στην ταξινόμηση των νομισμάτων προκειμένου να μπορέσουν να εκφράσουν την εμπειρία τους σε συμβολικά συστήματα όπως της φυσικής γλώσσας και του ψευδοκώδικα. Επιπλέον η παρατήρηση της αυτόματης ταξινόμησης των νομισμάτων με τη μέθοδο 'φυσαλίδας' όπως και η λεπτομερής καταγραφή του αντίστοιχου ψευδοκώδικα χωρίς τη χρήση των δομών επανάληψης έπαιξε σημαντικό ρόλο στην κατανόηση των διπλών φωλιασμένων δομών επανάληψης και στην κατανόηση της λειτουργίας των μετρητών. Η διαθεσιμότητα του αντίστοιχου ψευδοκώδικα για κάθε μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε βοήθησε τους μαθητές στην αυτοδιόρθωση έστω και αν αυτός χρειαζόταν αναδιοργάνωση. Από τους μαθητές επίσης προτάθηκε η αναγκαιότητα χρήσης ενός επιπλέον αναπαραστασιακού συστήματος του διαγράμματος ροής. Το σύστημα αυτό μπορεί να αποτελέσει ενδιάμεσο βοηθητικό σύστημα στήριξης του μαθητή για τη συγγραφή του ψευδοκώδικα της κάθε μεθόδου. Με βάση τα παραπάνω προτείνεται η βελτίωση του λογισμικού που παρουσιάστηκε και ο επανασχεδιασμός του ώστε να περιλαμβάνει τα παρακάτω αναπαραστασιακά συστήματα ταξινόμησης σε κάθε ένα από τα περιβάλλοντα που το συνθέτουν.

- Εικονικές αναπαραστάσεις προσομοίωσης φυσικών αντικειμένων (νομισμάτων Ευρώ)

- Αυτόματη αλλά αναλυτική αναπαράσταση του αλγόριθμου ταξινόμησης 'φυσαλίδας' με τη χρήση κινουμένων σχημάτων
- Αναπαράσταση του αλγόριθμου ταξινόμησης σε φυσική γλώσσα
- Αναλυτική αναπαράσταση του ψευδοκώδικα του αλγόριθμου ταξινόμησης χωρίς τη χρήση των δομών επανάληψης
- Αναπαράσταση του αλγόριθμου ταξινόμησης σε διάγραμμα ροής
- Αναπαράσταση του αλγόριθμου ταξινόμησης σε ψευδοκώδικα με τη χρήση των δομών επανάληψης

Το σύστημα των έξι αναπαραστασιακών συστημάτων που προαναφέρθηκαν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί γενικότερα στο σχεδιασμό εκπαιδευτικού λογισμικού για τη μάθηση και άλλων αλγορίθμων εκτός των συγκεκριμένων αλγορίθμων ταξινόμησης που αναφέρονται σε αυτή τη μελέτη. Επιπλέον έρευνα απαιτείται στο πεδίο και με μεγαλύτερο δείγμα μαθητών για την αξιολόγηση και την πιθανή βελτίωση του λογισμικού ύστερα και από την υλοποίηση των βελτιώσεων που προαναφέρθηκαν.

7. Αναφορές

- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, Construction and Knowledge: Alternative perspectives for Mathematics Education. In D. A. Grows, T. J. Cooney, & D. Jones (Eds), *Effective Mathematics Teaching* (pp.27-46). Hillsdale, New Jersey: N.C.T.M. Lawrence Erlbaum Associates.
- Bishop, A. J., (1983). Space and Geometry. In R. Lesh and M. Landau (Eds), *Aquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 176-200). London: Academic Press.
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical Enculturation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Borba, M., & Confrey, G. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multirepresentational environment. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 319-337.
- Cohen, L., & Manion, L. (1989). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Confrey, J. (1995). How Compatible are Radical Constructivism, Sociocultural Approaches, and Social Constructivism?. In L.P. Steffe & J. Gale (Eds), *Constructivism in Education* (pp. 185-226). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dettori, G., & Lemut, E. (1995). External Representations in Arithmetic Problem Solving. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education*, (pp. 20-33). Berlin : Springer-Verlang.
- Dyfour-Janvier, B., Bednarz, N.,& Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Eds), *Problems of*

- representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 109-122). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Janvier, C. (1987). Representation and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 67-72). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Inskeep, J-J. E. (1976). Teaching Measurement to Elementary School Children. In D. Nelson, R. Reys (Eds), *Measurement in school Mathematics* (pp. 60-86). Reston, VA: N.C.T.M.
- Kaput, J.J. (1987). Toward A Theory of Symbol Use in Mathematics. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 159-196). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Knuth, D., E., (1973). *The Art of the Computer Programming, Vol.3, Sorting and Search* : Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Kordaki, M., & Potari, D. (1998). A learning environment for the conservation of area and its measurement: a computer microworld. *Computers and Education*, 31, 405-422.
- Ματσαγγούρας, Η. (1997). *Στρατηγικές Διδασκαλίας*. Αθήνα : Gutenberg.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Lesh, R., Mehr, M., & Post, T., (1987). Rational number relations and proportions. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 41-58). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Linderstrom, E., E., & Vitter, J., S., (1985). The design and analysis of bucket sort for bubble memory secondary storage. *IEEE Transactions on Computers*, C-34, 218-233.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Sheminska, A. (1981). *The child's conception of geometry*. N.Y: Norton & Company.
- Sutherland, R. (1995). Mediating mathematical action. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 71-81). Berlin: Springer-Verlag.
- von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp.3-18). London: Lawrence Erlbaum.