

# Μοντελοποίηση Υπολογισμού

- Γραμματικές
- Πεπερασμένα Αυτόματα
- Κανονικές Εκφράσεις

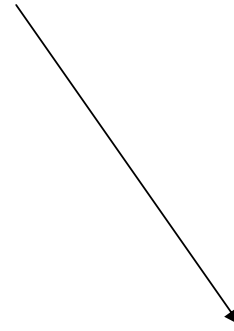
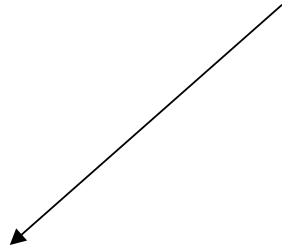
# Προβλήματα - Υπολογιστές

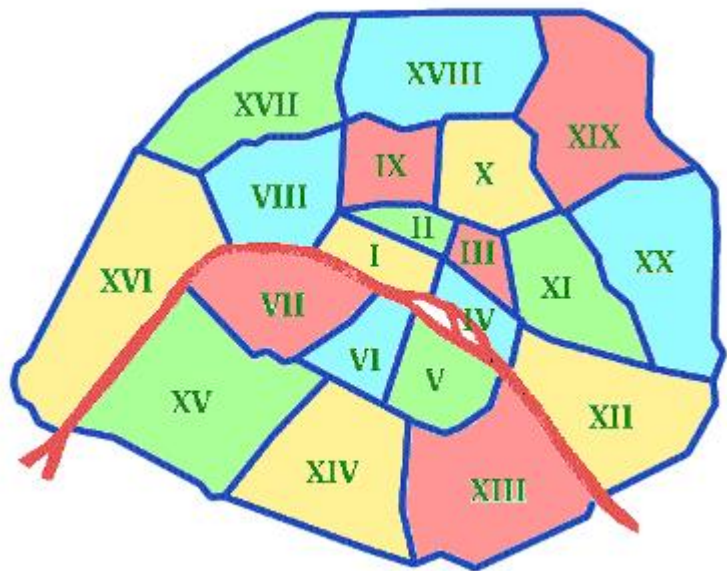
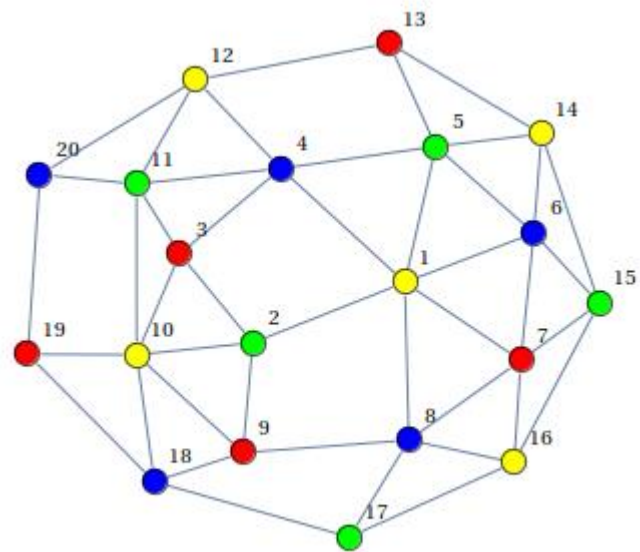
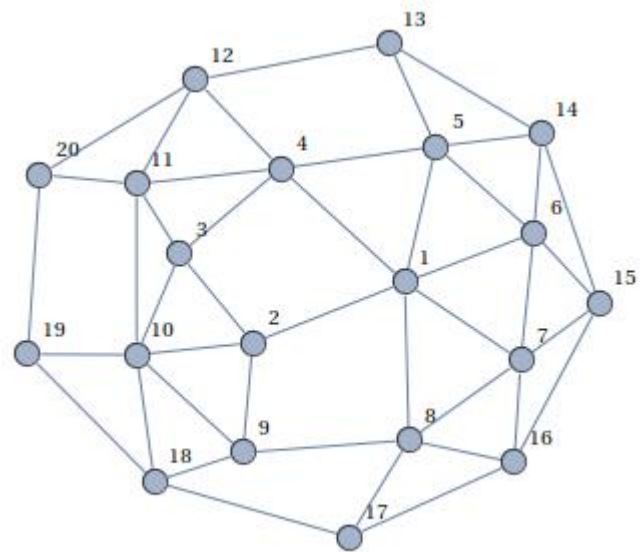
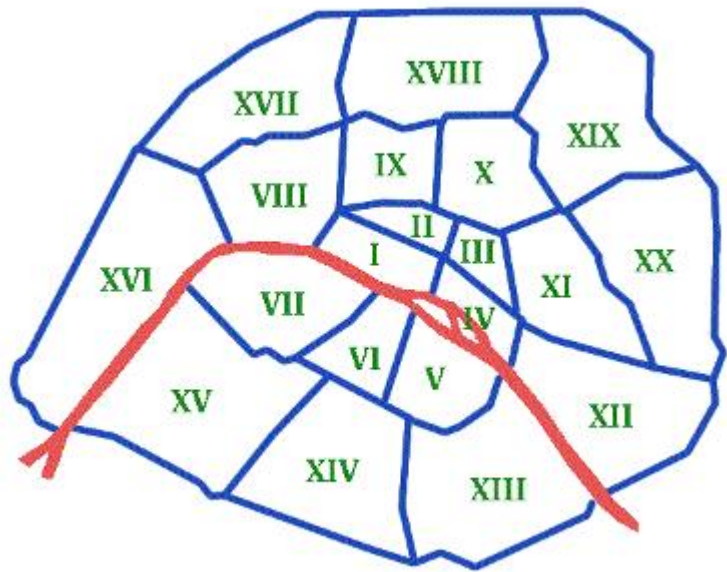
- Δεδομένου ενός προβλήματος υπάρχουν 2 σημαντικά ερωτήματα:
  - Μπορεί να επιλυθεί με χρήση υπολογιστή;
  - Αν ναι, με ποιον τρόπο;
- Για να απαντηθούν τα ερωτήματα αυτά χρησιμοποιούνται **μοντέλα υπολογισμού**

# Μοντελοποίηση

- Αφαιρετική αναπαράσταση **πραγματικότητας**

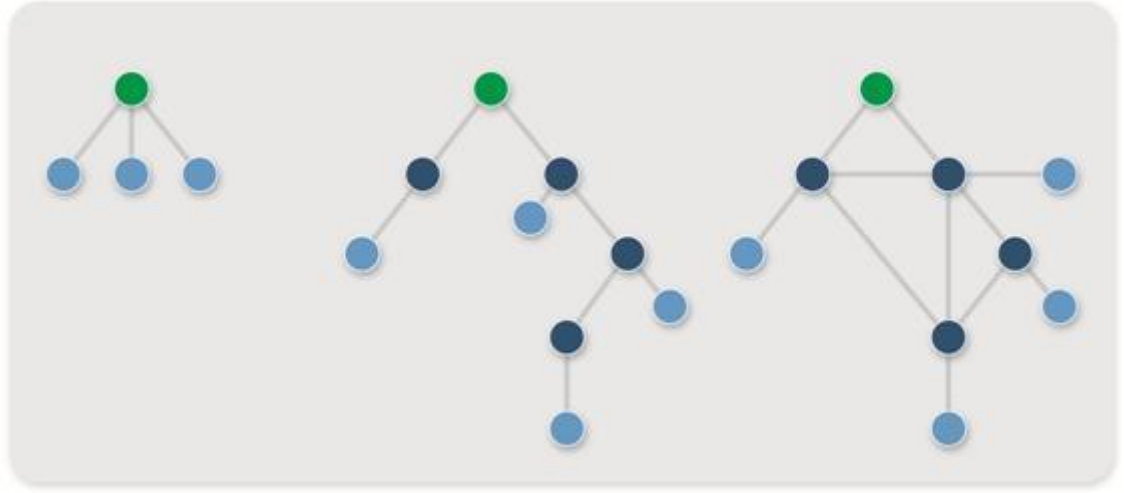
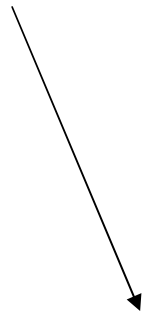
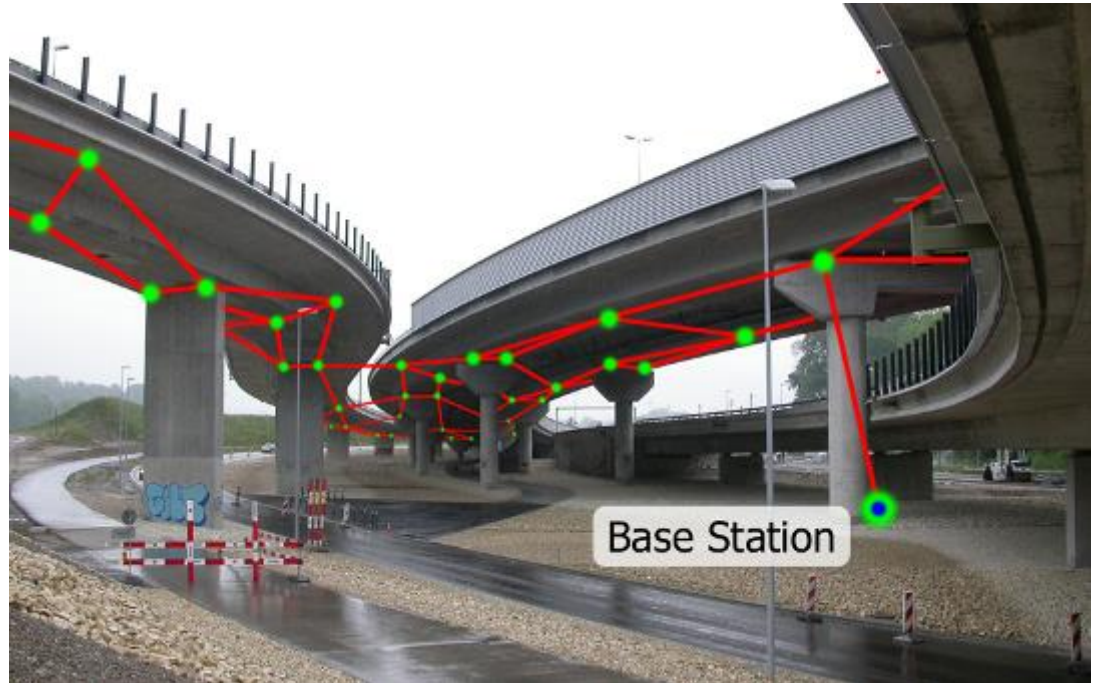
Υπολογιστική επιστήμη και πολιτισμός - Γραμματικές





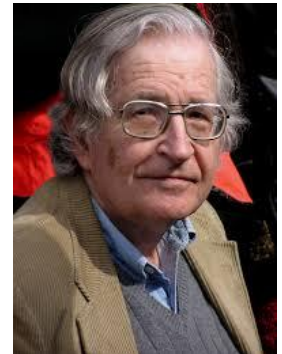
τήμη και πολ

Υπολογιστική επιστήμη και πολιτισμός - Γραμματικές



# Μοντέλα υπολογισμού

- Στο πλαίσιο του μαθήματος, θα ασχοληθούμε με:
  - **Γραμματικές**: χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία των λέξεων μιας γλώσσας και τον προσδιορισμό του αν μια λέξη ανήκει σε κάποια γλώσσα (Noam Chomsky, δεκαετία 1950)
    - **Κανονικές εκφράσεις**: ειδική κατηγορία “πολύ απλών” γραμματικών
  - **Πεπερασμένα αυτόματα**: Αφηρημένες (όχι απτές) κατασκευές με πεπερασμένο πλήθος καταστάσεων, περιορισμένη μνήμη και μία έξοδο
    - Χρησιμοποιούνται σα μοντέλα για την κατασκευή αυτόματων μηχανών πώλησης, καθυστέρησης, αναγνώρισης γλωσσών, αναζήτηση προτύπων, επεξεργασία συμβολοσειρών
  - Τα σύνολα (λέξεων) που αναγνωρίζονται από πεπερασμένα αυτόματα είναι ακριβώς τα σύνολα που παράγονται από ορισμένο είδος γραμματικής (κανονικές εκφράσεις)



# Γραμματικές

# Γλώσσες και Γραμματικές

- Οι **λέξεις** της ελληνικής **γλώσσας** (και γενικότερα οποιασδήποτε γλώσσας) συνδυάζονται με διάφορους τρόπους
  - Ο, βάτραχος, γράφει, καθαρά
- Η **γραμματική** της ελληνικής γλώσσας καθορίζει αν ο συνδυασμός λέξεων αποτελεί πρόταση που ισχύει
  - Ο βάτραχος γράφει καθαρά: **OK**
  - Γράφει βάτραχος ο καθαρά: **X**
  - Ο καθαρά βάτραχος γράφει: **X**
  - ...
- Μας νοιάζει η **σύνταξη** και όχι η σημασιολογία



# Γλώσσες και Γραμματικές

- Σύνταξη φυσικής γλώσσας (π.χ., ελληνικά, αγγλικά, ισπανικά, ...): εξαιρετικά πολύπλοκη
  - Φαίνεται ότι δεν είναι δυνατόν να καθοριστούν όλοι οι κανόνες σύνταξης μιας φυσικής γλώσσας
- Έρευνα για αυτόματη μετάφραση γλώσσας →  
**Τυπική γλώσσα**
  - Καθορίζεται από **σαφώς ορισμένο σύνολο κανόνων σύνταξης**
    - Εφαρμογές: γλωσσολογία, γλώσσες προγραμματισμού, μελέτη δυσκολίας (=πολυπλοκότητας) προβλημάτων
  - Οι προτάσεις μιας **τυπικής γλώσσας** περιγράφονται με χρήση μιας **γραμματικής**

# Γλώσσες και Γραμματικές

- Ενδιαφέρουσες ερωτήσεις:
  - Πώς αποφασίζουμε αν ένας συνδυασμός λέξεων μιας τυπικής γλώσσας αποτελεί συντακτικά σωστή πρόταση της γλώσσας αυτής;
  - Πώς παράγονται συντακτικά ορθές προτάσεις μιας τυπικής γλώσσας;

# Παράδειγμα

1. πρόταση αποτελείται από φράση ουσιαστικού που ακολουθείται από φράση ρήματος
2. πρόταση ουσιαστικού αποτελείται από άρθρο που ακολουθείται από επίθετο που ακολουθείται από ουσιαστικό, ή
3. πρόταση ουσιαστικού αποτελείται από άρθρο που ακολουθείται από ουσιαστικό
4. πρόταση ρήματος αποτελείται από ρήμα που ακολουθείται από επίρρημα, ή
5. πρόταση ρήματος αποτελείται από ρήμα
6. άρθρο είναι το *a* (ένα)
7. άρθρο είναι το *the* (το)
8. επίθετο είναι το *large* (μεγάλο), ή
9. επίθετο είναι το *hungry* (πεινασμένος)
10. ουσιαστικό είναι το *rabbit* (λαγός), ή
11. ουσιαστικό είναι το *mathematician* (μαθηματικός)
12. ρήμα είναι το *eats* (τρώει), ή
13. ρήμα είναι το *hops* (πηδάει)
14. επίρρημα είναι το *quickly* (γρήγορα), ή
15. επίρρημα είναι το *wildly* (τρελλά).

πρόταση  
φράση ουσιαστικού φράση ρήματος  
άρθρο επίθετο ουσιαστικό φράση ρήματος  
άρθρο επίθετο ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the* επίθετο ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the large* ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the large rabbit* ρήμα επίρρημα  
*the large rabbit hops* επίρρημα  
*the large rabbit hops quickly* **ok**

*a hungry mathematician eats wildly* **Ok**  
*a large mathematician hops* **Ok**  
*the rabbit eats quickly* **Ok**  
*the quickly eats mathematician* **X**

# Ορολογία

- **Αλφάβητο ( $\Sigma$ )**: μη κενό, πεπερασμένο σύνολο στοιχείων που ονομάζονται σύμβολα
- **Λέξη ( $w$ )**: συμβολοσειρά πεπερασμένου μήκους με στοιχεία του  $\Sigma$ 
  - **Κενή συμβολοσειρά ( $\epsilon$ )**: συμβολοσειρά που δεν περιέχει σύμβολα ( $\Rightarrow$  έχει μήκος 0)
- **$\Sigma^*$** : το σύνολο των λέξεων που ορίζονται στο αλφάβητο  $\Sigma$
- **Γλώσσα ορισμένη στο αλφάβητο  $\Sigma$** : υποσύνολο του  $\Sigma^*$ 
  - **Υποσύνολο συνόλου  $A$** : σύνολο με κάποια (όλα ή όχι όλα) στοιχεία του  $A$
  - **Γνήσιο υποσύνολο συνόλου  $A$** : σύνολο με κάποια (όχι όλα) στοιχεία του  $A$
- **ΠΡΟΣΟΧΗ**:  $\epsilon \neq \emptyset$ 
  - $\epsilon$ : **λέξη** με κανένα σύμβολο
  - $\emptyset$ : **σύνολο** με κανένα στοιχείο
  - $\{\epsilon\}$ : σύνολο που περιέχει ένα μόνο στοιχείο, τη λέξη  $\epsilon$

# Γλώσσες

- Σύνολα λέξεων
- Καθορίζονται με:
  - καταγραφή όλων των λέξεων της γλώσσας
  - καταγραφή κριτηρίων που πρέπει να ικανοποιεί μια λέξη για να ανήκει στη γλώσσα
  - χρήση μιας **γραμματικής**

# Γραμματική

- Μια γραμματική  $G$  ορίζεται ως μία τετράδα  $(V, \Sigma, R, S)$ 
  - $V$ : σύνολο **μεταβλητών** ή μη τερματικών συμβόλων, δηλ., στοιχείων που μπορούν να αντικατασταθούν από άλλες μεταβλητές ή/και σύμβολα του αλφαβήτου
  - $\Sigma$ : **αλφάβητο** ή σύνολο τερματικών συμβόλων (γιατί δε μπορούν να αντικατασταθούν από κάτι άλλο)
  - $R$ : σύνολο **κανόνων** της μορφής  $A \rightarrow (V \cup \Sigma)^*$ 
    - Οι κανόνες δείχνουν πώς μπορούν να αντικατασταθούν οι μεταβλητές
    - Αντικαθίστανται με ακολουθίες μεταβλητών και τερματικών συμβόλων
  - $S \in V$ : **αρχική μεταβλητή**
- Η γλώσσα που παράγει η γραμματική  $G$  συμβολίζεται με  $L(G)$

# Παράδειγμα

1. πρόταση αποτελείται από **φράση ουσιαστικού** που ακολουθείται από **φράση ρήματος**
2. **πρόταση ουσιαστικού** αποτελείται από **άρθρο** που ακολουθείται από **επίθετο** που ακολουθείται από **ουσιαστικό**, ή
3. **πρόταση ουσιαστικού** αποτελείται από **άρθρο** που ακολουθείται από **ουσιαστικό**
4. **πρόταση ρήματος** αποτελείται από **ρήμα** που ακολουθείται από **επίρρημα**, ή
5. **πρόταση ρήματος** αποτελείται από **ρήμα**
6. άρθρο είναι το *a* (ένα)
7. άρθρο είναι το *the* (το)
8. επίθετο είναι το *large* (μεγάλο), ή
9. επίθετο είναι το *hungry* (πεινασμένος)
10. ουσιαστικό είναι το *rabbit* (λαγός), ή
11. ουσιαστικό είναι το *mathematician* (μαθηματικός)
12. ρήμα είναι το *eats* (τρώει), ή
13. ρήμα είναι το *hops* (πηδάει)
14. επίρρημα είναι το *quickly* (γρήγορα), ή
15. επίρρημα είναι το *wildly* (τρελλά).

πρόταση

φράση ουσιαστικού φράση ρήματος  
άρθρο επίθετο ουσιαστικό φράση ρήματος  
άρθρο επίθετο ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the* επίθετο ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the large* ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the large rabbit* ρήμα επίρρημα  
*the large rabbit hops* επίρρημα  
*the large rabbit hops quickly*

«

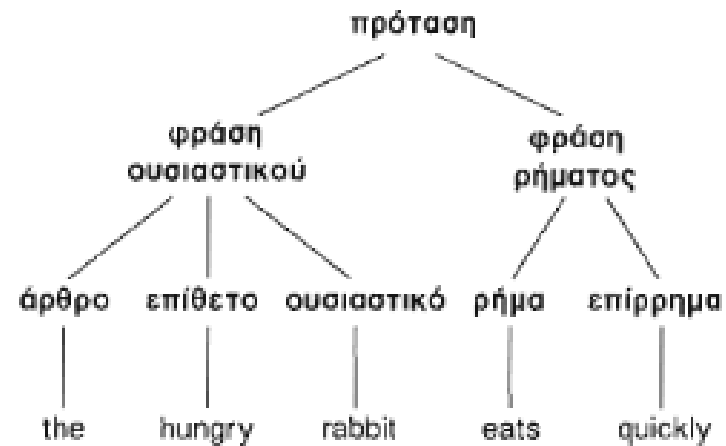
»:

:

:

# Αναπαράσταση παραγωγών

πρόταση  
φράση ουσιαστικού φράση ρήματος  
άρθρο επίθετο ουσιαστικό φράση ρήματος  
άρθρο επίθετο ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the* επίθετο ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the large* ουσιαστικό ρήμα επίρρημα  
*the large rabbit* ρήμα επίρρημα  
*the large rabbit hops* επίρρημα  
*the large rabbit hops quickly*



:



# Παράδειγμα

Δίνεται γραμματική  $G = (V, \Sigma, R, S)$  με

- ▶  $V = \{S\}$
- ▶  $\Sigma = \{a, b\}$
- ▶  $R = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \epsilon\}$
- ▶ Μια δυνατή παραγωγή είναι η:  
$$S \xRightarrow{S \rightarrow aSb} aSb \xRightarrow{S \rightarrow aSb} aaSbb \xRightarrow{S \rightarrow \epsilon} aa bb$$
- ▶  $L(G) = \{a^n b^n : n \geq 0\}$

# Παράδειγμα

- $G = \{V, \Sigma, R, S\}$  με
  - $V = \{S, A\}$
  - $\Sigma = \{a, b\}$
  - $R = \{S \rightarrow aA \mid b, A \rightarrow aa\}$
  - $S = S$
- Ποια είναι η γλώσσα,  $L(G)$ , της γραμματικής αυτής;
  - $L(G) = \{b, aaa\}$

# Παράδειγμα

- $G = \{V, \Sigma, R, S\}$  με
  - $V = \{S\}$
  - $\Sigma = \{0, 1\}$
  - $R = \{S \rightarrow 11S \mid 0\}$
  - $S = S$
- Ποια είναι η γλώσσα,  $L(G)$ , της γραμματικής αυτής;
  - $L(G)$  είναι το σύνολο των δυαδικών συμβολοσειρών που ξεκινούν με άρτιο πλήθος 1 και καταλήγουν σε 0

# Παράδειγμα

- Να δοθεί γραμματική που να παράγει τη γλώσσα  $\{0^n 1^n \mid n=0,1,2,\dots\}$
- $S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$

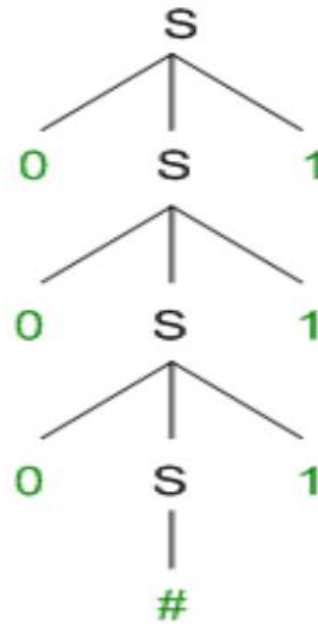
# Παράδειγμα

- Να δοθεί γραμματική που να παράγει τη γλώσσα  $\{0^m 1^n \mid m, n: \text{μη αρνητικοί ακέραιοι}\}$
- $S \rightarrow AT$
- $A \rightarrow 0A \mid \varepsilon$
- $T \rightarrow 1T \mid \varepsilon$

# Παράδειγμα

- Να δοθεί γραμματική που να παράγει τη γλώσσα  $\{0^n \# 1^n \mid n=0,1,2,\dots\}$
- $S \rightarrow 0S1 \mid \#$

# Παράδειγμα



Δένδρο παραγωγής για τη συμβολοσειρά 000#111 από τη γραμματική  $G$  με  $R = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \#\}$

# Παράδειγμα

Δίνεται γραμματική  $G = (V, \Sigma, R, S)$  με

- ▶  $V = \{S\}$
- ▶  $\Sigma = \{a, b\}$
- ▶  $R = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow SS, S \rightarrow \epsilon\}$  (εναλλακτικά:  
 $R = \{S \rightarrow aSb | SS | \epsilon\}$ )
- ▶ Η  $G$  παράγει συμβολοσειρές της μορφής:  
 $ab, aabb, aaaaaabb, aababbb, \dots$
- ▶ Θέτοντας  $a = ($  και  $b = )$ , παρατηρούμε ότι η  $L(G)$  είναι η γλώσσα των εμφωλευμένων (nested) παρενθέσεων.



# Παράδειγμα

Δίνεται γραμματική  $G = (V, \Sigma, R, S)$  με

- ▶  $V = \{S\}$
- ▶  $\Sigma = \{(\,)\}$
- ▶  $R = \{S \rightarrow (S), S \rightarrow SS, S \rightarrow \epsilon\}$  (εναλλακτικά:  
 $R = \{S \rightarrow (S) \mid SS \mid \epsilon\}$ )
- ▶  $S \xRightarrow{S \rightarrow SS} SS \xRightarrow{S \rightarrow (S)} S(S) \xRightarrow{S \rightarrow (S)} S((S)) \xRightarrow{S \rightarrow \epsilon} S(() ) \xRightarrow{S \rightarrow (S)} (S)() \xRightarrow{S \rightarrow \epsilon} ()()$
- ▶  $S \xRightarrow{S \rightarrow SS} SS \xRightarrow{S \rightarrow (S)} (S)S \xRightarrow{S \rightarrow \epsilon} ()S \xRightarrow{S \rightarrow (S)} ()(S) \xRightarrow{S \rightarrow (S)} ()((S)) \xRightarrow{S \rightarrow \epsilon} ()()$

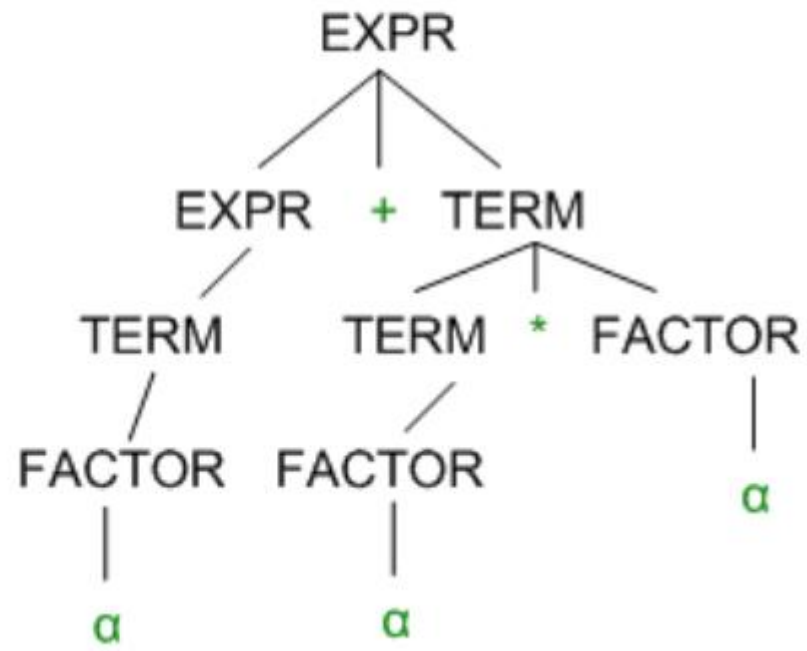
# Παράδειγμα

Δίνεται γραμματική  $G = (V, \Sigma, R, S)$  με

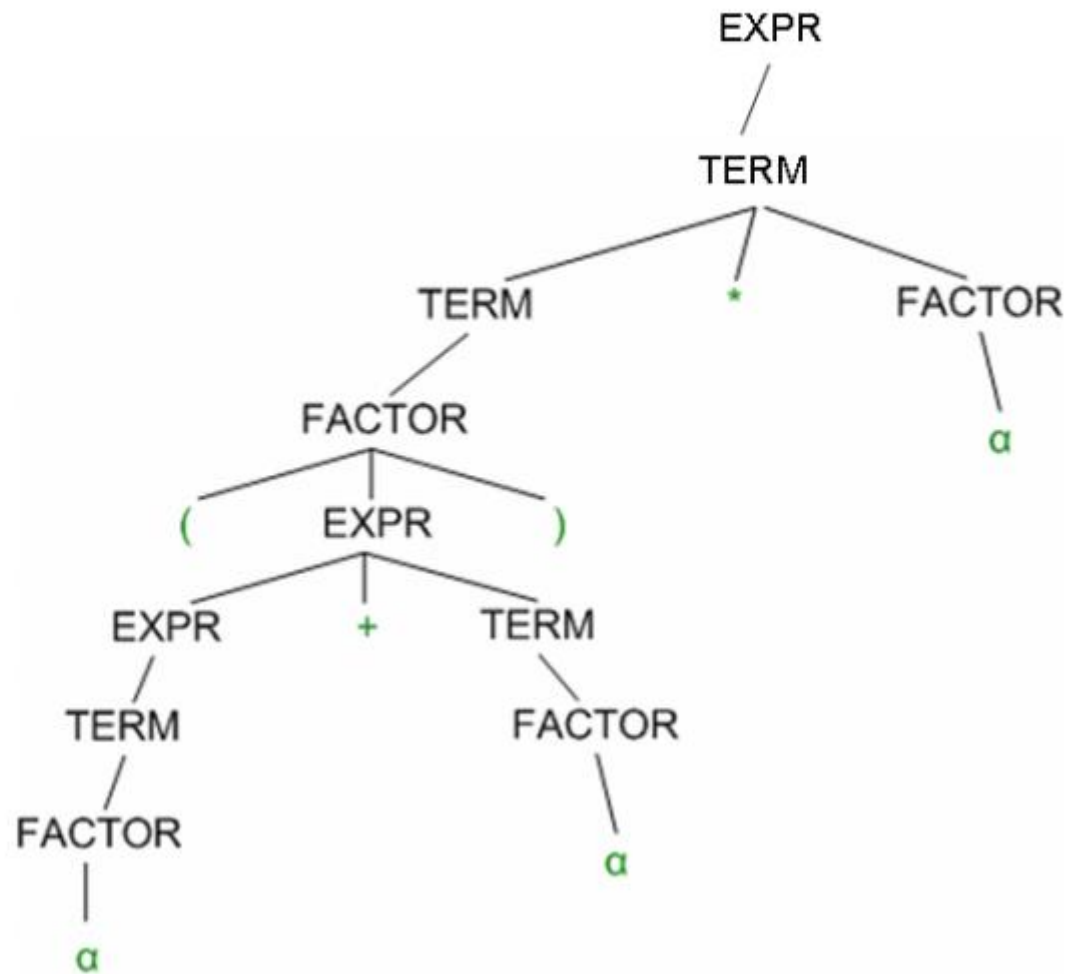
- ▶  $V = \{EXPR, TERM, FACTOR\}$
- ▶  $\Sigma = \{\alpha, +, *, (, )\}$
- ▶  $R = \{EXPR \rightarrow EXPR + TERM \mid TERM, TERM \rightarrow TERM * FACTOR \mid FACTOR, FACTOR \rightarrow (EXPR) \mid \alpha\}$

Πώς παράγονται οι συμβολοσειρές  $\alpha + \alpha * \alpha$  και  $(\alpha + \alpha) * \alpha$ ;

$\alpha + \alpha * \alpha$



$$(\alpha + \alpha) * \alpha$$



# Παραδείγματα

Δώστε γραμματική για τις παρακάτω γλώσσες:

▶  $L = \{a^n b, n \geq 1\}$

$$S \rightarrow aS | ab$$

▶  $L = \{a^m b^n c^k, k = m + n, k, m, n \geq 0\}$

$$S \rightarrow aSc | D$$

$$D \rightarrow bDc | \epsilon$$

# Παραδείγματα

Να κατασκευαστεί γραμματική για τη γλώσσα:

$$\{xx^R \mid x \in (0 \cup 1)^*\}$$

$$S \rightarrow \epsilon \mid 0S0 \mid 1S1$$

Να κατασκευαστεί γραμματική για τη γλώσσα των παλίνδρομων συμβολοσειρών στο αλφάβητο

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S \rightarrow \epsilon \mid 0 \mid 1 \mid 0S0 \mid 1S1$$

Να κατασκευαστεί γραμματική για τη γλώσσα:

$$\{a^n b^m c^m d^{2n} \mid n \geq 0, m > 0\}$$

$$S \rightarrow aSdd \mid A$$

$$A \rightarrow bAc \mid bc$$

# Παραδείγματα

Να κατασκευαστεί γραμματική για τη γλώσσα:

$\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ ξεκινάει και τελειώνει με το ίδιο σύμβολο}\}$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0A0 \mid 1A1 \mid 0 \mid 1 \\ A &\rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon \end{aligned}$$

Να κατασκευαστεί γραμματική για τη γλώσσα:

$\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ περιττός}\}$

$$S \rightarrow 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1 \mid 0 \mid 1$$

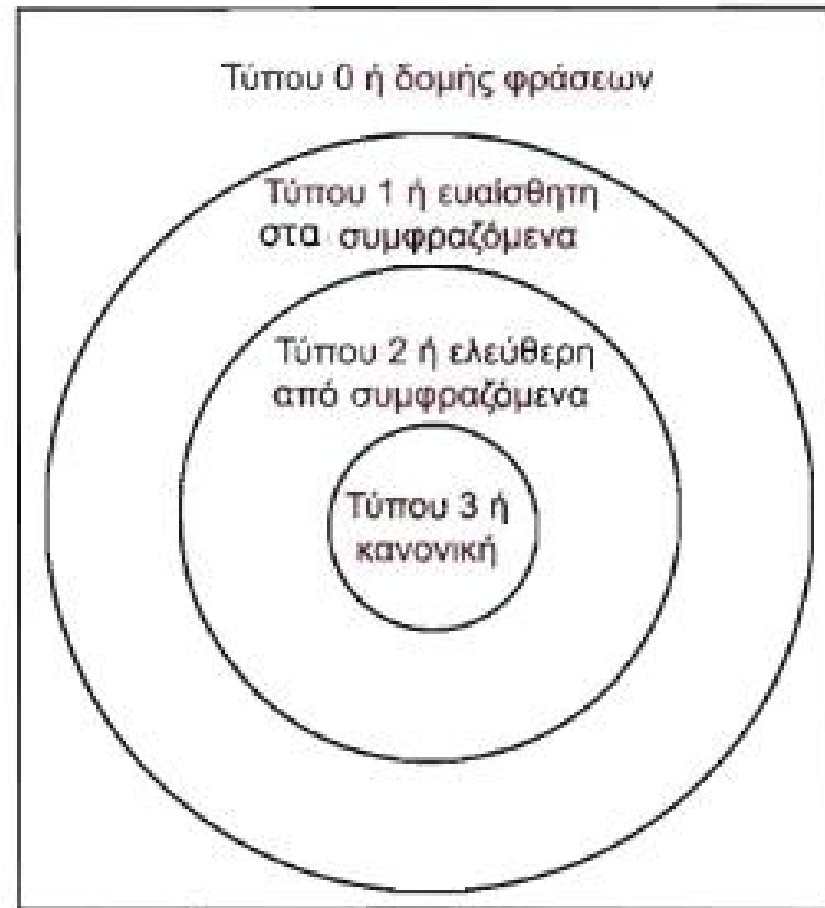
Να κατασκευαστεί γραμματική για τη γλώσσα:

$\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ περιττός και το μεσαίο σύμβολο είναι } 0\}$

$$S \rightarrow 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1 \mid 0$$

# Τύποι γραμματικών

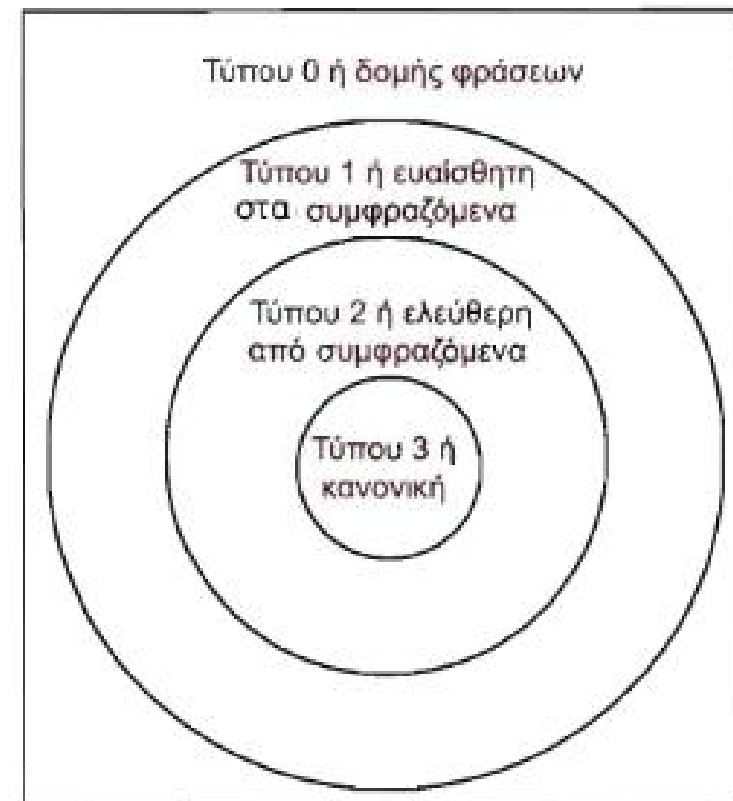
- **Τύπου 0:** δεν υπάρχουν περιορισμοί για τους κανόνες
- **Τύπου 1:** κανόνες της μορφής
  - $w_1 \rightarrow w_2$  με  $|w_2| > |w_1|$
  - $w_1 \rightarrow \epsilon$
- **Τύπου 2:** κανόνες της μορφής
  - $w_1 \rightarrow w_2$  με  $w_1$ : μεταβλητή (όχι τερματικό σύμβολο)
- **Τύπου 3:** κανόνες της μορφής
  - $w_1 \rightarrow w_2$  με  $w_1 = A$  και είτε  $w_2 = aB$  ή  $w_2 = a$  ( $A, B$  μεταβλητές,  $a$  τερματικό σύμβολο)
  - $w_1 \rightarrow S$  και  $w_2 \rightarrow \epsilon$





# Τύποι γραμματικών

Τύποι Γραμματικών	
Τύπος	Περιορισμοί για τους κανόνες $w_1 \rightarrow w_2$
0	Δεν υπάρχουν περιορισμοί
1	$ w_1  <  w_2 $ ή $w_2 = \epsilon$
2	$w_1 = A$ , A: μεταβλητή
3	$w_1 = A$ και $w_2 = \alpha B$   $\alpha, A, B$ : μεταβλητές, $\alpha$ : τερματικό σύμβολο ή $S \rightarrow \epsilon$



# Ασκήσεις

- Δίνεται η γραμματική:
- Σύνολο μεταβλητών={φράση ουσιαστικών, μεταβατική φράση ρήματος, αμετάβατη φράση ρήματος, άρθρο, επίθετο, ουσιαστικό, ρήμα, επίρρημα}
- Σύνολο τερματικών συμβόλων={ο, κοιμισμένος, ευτυχισμένος, χελώνα, λαγός, ξεπερνάει, τρέχει γρήγορα, αργά}
- Αρχική μεταβλητή: πρόταση
- Σύνολο κανόνων:

πρόταση → φράση ουσιαστικού μεταβατική φράση ρήματος  
φράση ουσιαστικού

πρόταση → φράση ουσιαστικού μη μεταβατική φράση ρήματος

φράση ουσιαστικού → άρθρο επίθετο ουσιαστικό

φράση ουσιαστικού → άρθρο ουσιαστικό

μεταβατική φράση ρήματος → μεταβατικό ρήμα

μη μεταβατική φράση ρήματος → μη μεταβατικό ρήμα επίρρημα

μη μεταβατική φράση ρήματος → μη μεταβατικό ρήμα

άρθρο → ο, ,

επίθετο → κοιμισμένος

επίθετο → ευτυχισμένος

ουσιαστικό → χελώνα

ουσιαστικό → λαγός

μεταβατικό ρήμα → ξεπερνάει

μη μεταβατικό ρήμα → τρέχει

επίρρημα → γρήγορα

επίρρημα → αργά

- Δείξτε με χρήση των κανόνων ότι οι παρακάτω προτάσεις είναι έγκυρες:
  - Ο ευτυχισμένος λαγός τρέχει
  - Η κοιμισμένη χελώνα τρέχει γρήγορα
- Δείξτε ότι η δεν είναι έγκυρη η πρόταση:
  - Ο λαγός τρέχει την κοιμισμένη χελώνα

# Ασκήσεις

- Δώστε γραμματική για τις γλώσσες:
  - Το σύνολο των δυαδικών συμβολοσειρών που περιέχουν άρτιο πλήθος από 0 και κανένα 1
    - $S \rightarrow 00S | \epsilon$
  - Το σύνολο των δυαδικών συμβολοσειρών που αποτελούνται από ένα 1 που ακολουθείται από περιττό πλήθος 0
    - $S \rightarrow 10A$
    - $A \rightarrow 00A | \epsilon$
  - Το σύνολο των δυαδικών συμβολοσειρών που περιέχουν δέκα ή περισσότερα 0 και κανένα 1
    - $S \rightarrow 0000000000A$
    - $A \rightarrow 0A | \epsilon$

# Ασκήσεις

- Έστω  $V=\{S,A,B\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S=S$  και  $R$  το σύνολο:

<b>a)</b> $S \rightarrow aAB, A \rightarrow Bb, B \rightarrow \lambda.$	2	3
<b>b)</b> $S \rightarrow aA, A \rightarrow a, A \rightarrow b.$	3	
<b>c)</b> $S \rightarrow ABa, AB \rightarrow a.$	0	1
<b>d)</b> $S \rightarrow ABA, A \rightarrow aB, B \rightarrow ab.$	2	3
<b>e)</b> $S \rightarrow bA, A \rightarrow B, B \rightarrow a.$	2	3
<b>f)</b> $S \rightarrow aA, aA \rightarrow B, B \rightarrow aA, A \rightarrow b.$	0	1
<b>g)</b> $S \rightarrow bA, A \rightarrow b, S \rightarrow \lambda.$	3	
<b>h)</b> $S \rightarrow AB, B \rightarrow aAb, aAb \rightarrow b.$	0	1
<b>i)</b> $S \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow b, B \rightarrow \lambda.$	2	3
<b>j)</b> $S \rightarrow A, A \rightarrow B, B \rightarrow \lambda.$	2	3

- Να προσδιοριστεί αν η κάθε γραμματική  $G=(V,T,R,S)$  είναι:
  - Τύπου 0 αλλά όχι τύπου 1
  - Τύπου 1 αλλά όχι τύπου 2
  - Τύπου 2 αλλά όχι τύπου 3

# Ασκήσεις

- Έστω  $V=\{S,A,B\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S=S$  και  $R$  το σύνολο:

a) $S \rightarrow aAB, A \rightarrow Bb, B \rightarrow \lambda.$	2	3
b) $S \rightarrow aA, A \rightarrow a, A \rightarrow b.$	3	
c) $S \rightarrow ABa, AB \rightarrow a.$	0	1
d) $S \rightarrow ABA, A \rightarrow aB, B \rightarrow ab.$	2	3
e) $S \rightarrow bA, A \rightarrow B, B \rightarrow a.$	2	3
f) $S \rightarrow aA, aA \rightarrow B, B \rightarrow aA, A \rightarrow b.$	0	1
g) $S \rightarrow bA, A \rightarrow b, S \rightarrow \lambda.$	3	
h) $S \rightarrow AB, B \rightarrow aAb, aAb \rightarrow b.$	0	1
i) $S \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow b, B \rightarrow \lambda.$	2	3
j) $S \rightarrow A, A \rightarrow B, B \rightarrow \lambda.$	2	3

- Να προσδιοριστεί αν η κάθε γραμμ
  - Τύπου 0 αλλά όχι τύπου 1
  - Τύπου 1 αλλά όχι τύπου 2
  - Τύπου 2 αλλά όχι τύπου 3

Τύποι Γραμματικών	
Τύπος	Περιορισμοί για τους κανόνες $w_1 \rightarrow w_2$
0	Δεν υπάρχουν περιορισμοί
1	$ w_1  <  w_2 $ ή $w_2 = \epsilon$
2	$w_1 = A$ , $A$ : μεταβλητή
3	$w_1 = A$ και $w_2 = \alpha B$   $\alpha, A, B$ : μεταβλητές, $\alpha$ : τερματικό σύμβολο ή $S \rightarrow \epsilon$

# Ασκήσεις

- Δίνεται η γραμματική  $G$  με
  - $V = \{S\}$
  - $\Sigma = \{a, b, c\}$
  - $S = S$
  - $R = \{S \rightarrow abS \mid bcS \mid bbS \mid a \mid cb\}$
- Να κατασκευαστούν δένδρα παραγωγής για τις λέξεις:
  - bcbba
  - bbbcbba
  - bcabbbcb

# Ασκήσεις

- Δίνεται η γραμματική  $G$  με
  - $V=\{S,A\}$
  - $\Sigma=\{0,1\}$
  - $S=S$
  - $R=\{S\rightarrow 1S \mid 00A, A\rightarrow 0A \mid 0\}$
- Δείξτε ότι η λέξη 111000 ανήκει στη γλώσσα που παράγεται από τη γραμματική  $G$ 
  - $S \Rightarrow 1S \Rightarrow 11S \Rightarrow 111S \Rightarrow 11100A \Rightarrow 111000$
- Δείξτε ότι η λέξη 11001 δεν ανήκει στη γλώσσα που παράγεται από τη γραμματική  $G$ 
  - Καμία λέξη της γλώσσας δε μπορεί να καταλήγει σε 1
- Περιγράψτε με λόγια τη γλώσσα  $L(G)$ 
  - Λέξεις που αποτελούνται από 0,1 στις οποίες τα 1 προηγούνται των 0 και κάθε λέξη περιέχει τουλάχιστον τρία 0



# Ασκήσεις

- Δίνεται η γραμματική  $G$  με
  - $V=\{S,A,B\}$
  - $\Sigma=\{0,1\}$
  - $S=S$
  - $R=\{S\rightarrow 0A \mid 1A, A\rightarrow 0B, B\rightarrow 1A \mid 1\}$
- Δείξτε ότι η λέξη 10101 ανήκει στη γλώσσα που παράγεται από τη γραμματική  $G$ 
  - $S \Rightarrow 1A \Rightarrow 10B \Rightarrow 101A \Rightarrow 1010B \Rightarrow 10101$
- Δείξτε ότι η λέξη 10110 δεν ανήκει στη γλώσσα που παράγεται από τη γραμματική  $G$ 
  - Κάθε 1 πρέπει να ακολουθείται από 0 εκτός κι αν είναι το τελευταίο σύμβολο της λέξης
- Περιγράψτε με λόγια τη γλώσσα  $L(G)$ 
  - Λέξεις που αποτελούνται από 0,1 που ακολουθούνται από μία ή περισσότερες επαναλήψεις της λέξης 01