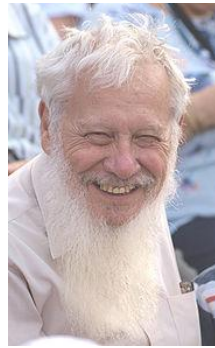


Δίκαιη Κατανομή



Ταλμούδ

- Πώς η θεωρία παιγνίων έλυσε ένα θρησκευτικό μυστήριο...



Ταλμούδ [\[Wikipedia\]](#)

- ογκώδης εξωβιβλική συλλογή εβραϊκών κειμένων
- δημιουργήθηκε στο μεσαίωνα
- αποτελεί τη συνέχεια της ιουδαϊκής Βίβλου
- περιλαμβάνει όχι μόνο κείμενα που αφορούν την ερμηνεία του μωσαϊκού Νόμου αλλά και ποικίλο άλλο υλικό, νομικό, θεολογικό, ηθικό, επιστημονικό, ιστορικό, λαογραφικό κ.λ.π. εγκυκλοπαιδικού χαρακτήρα
- ερμηνεύεται ως μελέτη ή διδασκαλία
 - σύντμηση του Ταλμούδ Τορά = σημαίνει μελέτη ή διδασκαλία του νόμου και ήταν έργο μορφωμένων ραβίνων, οι περισσότεροι από τους οποίους είναι ανώνυμοι
 - μετά το μωσαϊκό Νόμο, αποτελεί έργο με σημαντική επίδραση

Ταλμούδ [\[Wikipedia\]](#)

- Μετά την καταστροφή του Ναού το 70 μ.Χ., οι ραβίνοι της Παλαιστίνης συγκέντρωσαν κάποιες προφορικές διδασκαλίες σε ένα πρώτο κείμενο.
- Καθώς όμως αύξανε ο διωγμός των Ιουδαίων της Παλαιστίνης, που συνοδευόταν από άνοδο του χριστιανισμού σε πολιτική δύναμη, το κέντρο της Ταλμουδικής ανάπτυξης μετακινήθηκε στη Βαβυλώνα, που βρισκόταν σε ασφάλεια έξω από τα όρια της ρωμαϊκής αυτοκρατορίας.
- Έτσι πραγματοποιήθηκε η παραγωγή δύο Ταλμούδ, σε δύο αυτοτελείς μορφές-παραλλαγές:
 - Το Ταλμούδ της Βαβυλώνας, που είναι το μεγαλύτερο σε έκταση από τα δύο (περίπου τέσσερις φορές μεγαλύτερο) και πολύ πλουσιότερο σε περιεχόμενο. Γράφτηκε στις εβραϊκές σχολές της Βαβυλώνας στην αραμαϊκή γλώσσα και ολοκληρώθηκε περίπου το 400 μ.Χ.
 - Το Ταλμούδ της Ιερουσαλήμ ή Παλαιστινιακό, είναι μικρότερο σε έκταση από το Ταλμούδ της Βαβυλώνας και θεωρείται υποδεέστερο του. Είναι γραμμένο στα αραμαϊκά και δίνει χρήσιμες πληροφορίες για τη ζωή των Εβραίων της Παλαιστίνης τους πρώτους πέντε μετά Χριστόν αιώνες. Ολοκληρώθηκε περίπου το 500 μ.Χ.

Ταλμούδ

- Γιατί ασχολούμαστε με το Ταλμούδ στο πλαίσιο του μαθήματος;
- Έχει εξαιρετικό ενδιαφέρον ότι χρειάστηκε **ένα εργαλείο λογικής και ορθολογισμού** - η θεωρία παιγνίων - για την αποκωδικοποίηση ενός "νόμου" του Ταλμούδ για **δίκαιη κατανομή** σε περιπτώσεις πτώχευσης που βασίστηκε κυρίως σε ένα **κοινωνικό έθιμο** της τότε εποχής...

Το πρόβλημα της πτώχευσης

- Ένας άνθρωπος έχει οφειλές 100, 200, και 300 χρηματικές μονάδες, αλλά πεθαίνει με ανεπαρκή κεφάλαια για να πληρώσει όλους
- Πώς πρέπει να μοιραστεί η περιουσία του;
- Το Ταλμούδ δίνει απαντήσεις μέσα από τρία παραδείγματα
 - Η περιουσία του εκλιπόντος να είναι 100, 200, και 300 χρηματικές μονάδες
- Δεν περιέχει γενικό κανόνα \Rightarrow οι απαντήσεις φαίνονται αντιφατικές

Οι απαντήσεις στο Ταλμούδ

- Μέγεθος περιουσίας = 100
 - Αποδίδονται $33 \frac{1}{3}$ χρηματικές μονάδες σε κάθε μέρος
 - Χρησιμοποιείται η αρχή της ίσης κατανομής που είναι εύκολη μαθηματικά και κοινωνικά αποδεκτή – Δεν είναι όμως η ίδια ιδέα που χρησιμοποιείται στις άλλες περιπτώσεις
- Μέγεθος περιουσίας = 300
 - Αποδίδονται 50, 100 και 150 χρηματικές μονάδες σε κάθε μέρος
 - Χρησιμοποιείται αναλογική διαίρεση με βάση το μέγεθος του χρέους
 - Προσέγγιση δημοφιλής μεταξύ δικηγόρων και στην οικονομία
 - **Ερώτηση:** γιατί η περίπτωση αυτή αντιμετωπίζεται διαφορετικά από την περίπτωση που η περιουσία είναι 100 χρηματικές μονάδες;
- Μέγεθος περιουσίας = 200
 - Αποδίδονται 50, 75 και 75 χρηματικές μονάδες σε κάθε μέρος
 - Δεν χρησιμοποιείται ούτε ίση ούτε αναλογική κατανομή
 - Σε ποια ιδέα βασίζεται η μέθοδος διαμοιρασμού;

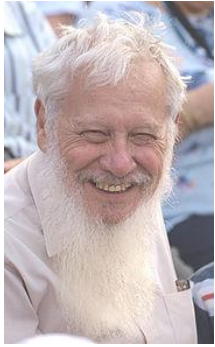
Οι απαντήσεις στο Ταλμούδ

Μέγεθος
περιουσίας

Διεκδικούμενα ποσά

100 200 300

100	33 1/3	33 1/3	33 1/3	Ίση κατανομή
200	50	75	75	Περίεργη κατανομή
300	50	100	150	Αναλογική κατανομή



Ερμηνεία των απαντήσεων



- Για σχεδόν 2.000 χρόνια οι προσπάθειες για ερμηνεία των απαντήσεων απέβησαν άκαρπες
 - Ορισμένοι μελετητές ισχυρίστηκαν ότι η περίπτωση μοιράσματος περιουσίας 200 χρηματικών μονάδων θα μπορούσε να έχει καταγραφεί λάθος
- Κατά τη δεκαετία του 1980, οι καθηγητές Robert Aumann και Michael Maschler χρησιμοποιώντας θεωρία παιγνίων έλυσαν το μυστήριο
 - Δεν υπάρχει αντίφαση στις απαντήσεις του Ταλμούδ
 - Η απάντηση για την περίπτωση περιουσίας μεγέθους 200 προκύπτει από την εφαρμογή μιας αρχής της θεωρίας παιγνίων
 - Απέδειξαν ότι η «περίεργη κατανομή» του Ταλμούδ είναι η λύση σε ένα κατάλληλα ορισμένο παίγνιο συνεργασίας (coalition game)
 - Βασίζεται στην αρχή της ίσης κατανομής της ποσότητας που διεκδικείται από όλα τα μέρη (equal division of contested sum)

Ερμηνεία των απαντήσεων

- Οι Aumann και Maschler τεκμηριώνουν την ερμηνεία τους εξετάζοντας και συμπληρωματικά κείμενα από το Ταλμούδ τα οποία υποδεικνύουν ότι η ίδια αρχή εφαρμοζόταν και σε άλλα ζητήματα
- Η ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται από όλα τα μέρη (equal division of the contested sum) αποτελούσε κοινωνικό έθιμο
 - Ακόμα κι αν φαίνεται περίεργο σε εμάς, η προσέγγιση ήταν φυσική για την κουλτούρα της εποχής αυτής
- Πηγές
 - Robert Aumann, Michael Maschler. [Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud](#). Journal of Economic Theory 36, pp. 195-213, 1985.
 - Robert Aumann. [Game Theory in the Talmud](#). Research bulletin Series on Jewish Law and Economics, 2003.
 - Paul Walker. [Chronology of game theory](#). 2012.

Ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται - 2 άτομα

- 2 άτομα διεκδικούν ένα ύφασμα:
 - Το ένα άτομο ισχυρίζεται ότι του ανήκει το μισό ύφασμα
 - Το άλλο άτομο ισχυρίζεται ότι του ανήκει ολόκληρο το ύφασμα
- Ένας δικαστής καλείται να αποφασίσει ποιος θα πάρει τι. Τι θα έκανε;
- Προσέγγιση 1: ίση κατανομή ($1/2, 1/2$) του υφάσματος
- Προσέγγιση 2: αναλογική κατανομή ($1/3, 2/3$) του υφάσματος
- Προσέγγιση Ταλμούδ: ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται και από τα 2 μέρη ($1/4, 3/4$)
- Πώς λειτουργεί η προσέγγιση αυτή;
 - Βήμα 1: Ο δικαστής αποφασίζει ποιο τμήμα του υφάσματος διεκδικείται και από τα δύο μέρη
 - το μισό ύφασμα διεκδικείται και από τα δύο μέρη
 - Βήμα 2: Μοιράζει το επίμαχο τμήμα στα δύο μέρη
 - Κάθε μέρος λαμβάνει $1/4$ του υφάσματος
 - Βήμα 3: Δίνει το υπόλοιπο ύφασμα (που δεν «αμφισβητείται») εξ ολοκλήρου στο άτομο του οποίου η απαίτηση δεν αμφισβητείται
 - Αυτή η λογική αποδίδει το $1/4$ στο πρόσωπο που διεκδικεί το μισό ύφασμα και τα $3/4$ στο πρόσωπο που διεκδικεί όλο το ύφασμα

Ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται - γενίκευση – 2 άτομα

- Η ίδια μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιοδήποτε πρόβλημα μεταξύ των 2 ατόμων/μερών, χρησιμοποιώντας τα ίδια τρία προηγούμενα βήματα:
 - **Βήμα 1:** Καθορίζουμε ποιο τμήμα διεκδικούν και τα δύο μέρη
 - **Βήμα 2:** Μοιράζουμε το τμήμα αυτό εξίσου στα 2 μέρη
 - **Βήμα 3:** Αποδίδουμε το υπόλοιπο τμήμα στο μοναδικό μέρος που το διεκδικεί
- Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί και όταν οι απαιτήσεις υπερβαίνουν το μέγεθος του περιουσιακού στοιχείου που πρέπει να διαιρεθεί

Παραδείγματα

- 2 άτομα διεκδικούν οφειλές μεγέθους 100 και 300
- Η υπάρχουσα περιουσία έχει μέγεθος 66 και $\frac{2}{3}$
- Πώς θα γίνει το μοίρασμα με ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται;
- Ποιο μέρος της περιουσίας διεκδικείται και από τα 2 άτομα;
 - Ολόκληρη η περιουσία
- Μοιράζω εξίσου στα 2 άτομα ολόκληρη την περιουσία (το καθένα λαμβάνει 33 και $\frac{1}{3}$)
- Δεν υπάρχει άλλη περιουσία προς κατανομή
- Οπότε το άτομο που ζητάει 100 παίρνει 33 και $\frac{1}{3}$ και το άτομο που ζητάει 300 παίρνει επίσης 33 και $\frac{1}{3}$ μονάδες

Παραδείγματα

- 2 άτομα διεκδικούν οφειλές μεγέθους 100 και 300
- Η υπάρχουσα περιουσία έχει μέγεθος 125
- Πώς θα γίνει το μοίρασμα με ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται;
- Ποιο μέρος της περιουσίας διεκδικείται και από τα 2 άτομα;
 - 100 μονάδες
- Μοιράζω εξίσου στα 2 άτομα 100 μονάδες της περιουσίας (το καθένα λαμβάνει 50 μονάδες)
- Αποδίδω τις υπόλοιπες 25 μονάδες στο μοναδικό μέρος που τις διεκδικεί
- Οπότε το άτομο που ζητάει 100 παίρνει 50 και το άτομο που ζητάει 300 παίρνει 75

Παραδείγματα

- 2 άτομα διεκδικούν οφειλές μεγέθους 100 και 300
- Η υπάρχουσα περιουσία έχει μέγεθος 200
- Πώς θα γίνει το μοίρασμα με ίση κατανομή της ποσότητας που διεκδικείται;

- Ποιο μέρος της περιουσίας διεκδικείται και από τα 2 άτομα;
 - 100 μονάδες
- Μοιράζω εξίσου στα 2 άτομα 100 μονάδες της περιουσίας (το καθένα λαμβάνει 50 μονάδες)
- Αποδίδω τις υπόλοιπες 100 μονάδες στο μοναδικό μέρος που τις διεκδικεί
- Οπότε το άτομο που ζητάει 100 παίρνει 50 και το άτομο που ζητάει 300 παίρνει 150

Συνοπτικά...

Μέγεθος περιουσίας

	Διαδικούμενα ποσά	
	100	300
66 2/3	33 1/3	33 1/3
125	50	75
200	50	150

Μέγεθος περιουσίας

	Διαδικούμενα ποσά	
	100	200
66 2/3	33 1/3	33 1/3
125	50	75
150	50	100

Μέγεθος περιουσίας

	Διαδικούμενα ποσά	
	200	300
66 2/3	33 1/3	33 1/3
150	75	75
250	100	150

Συνοπτικά...

		Διαδικούμενα ποσά				Διαδικούμενα ποσά				Διαδικούμενα ποσά	
		100	300			100	200			200	300
66 2/3	Μέγεθος περιουσίας	33 1/3	33 1/3	66 2/3	Μέγεθος περιουσίας	33 1/3	33 1/3	66 2/3	Μέγεθος περιουσίας	33 1/3	33 1/3
125		50	75	125		50	75	150		75	75
200		50	150	150		50	100	250		100	150

		Διαδικούμενα ποσά			
		100	200	300	
100	Μέγεθος περιουσίας	33 1/3	33 1/3	33 1/3	Ίση κατανομή
200		50	75	75	Περίεργη κατανομή
300		50	100	150	Αναλογική κατανομή

Συνοπτικά...

Μέγεθος περιουσίας

		Διαδικούμενα ποσά	
		100	300
66 2/3		33 1/3	33 1/3
125		50	75
200		50	150

Μέγεθος περιουσίας

		Διαδικούμενα ποσά	
		100	200
66 2/3		33 1/3	33 1/3
125		50	75
150		50	100

Μέγεθος περιουσίας

		Διαδικούμενα ποσά	
		200	300
66 2/3		33 1/3	33 1/3
150		75	75
250		100	150

3

!!!

		Διαδικούμενα ποσά			
		100	200	300	
Μέγεθος περιουσίας	100	33 1/3	33 1/3	33 1/3	Ίση κατανομή
	200	50	75	75	Περίεργη κατανομή
	300	50	100	150	Αναλογική κατανομή

Η μυστηριώδης λύση...

- Βασίζεται σε μέθοδο που όπως απέδειξαν οι Aumann και Maschler μπορεί να επεκταθεί σε αυθαίρετο πλήθος συμμετεχόντων
 - Πρέπει πάντα να πληρείται η ίδια αρχή: η περιουσία κατανέμεται έτσι ώστε η ποσότητα που λαμβάνει κάθε ζεύγος ατόμων να αντανακλά την αρχή της ίσης κατανομής της ποσότητας που διεκδικείται και από τα 2 μέρη
- Επιπλέον, η κατανομή που προκύπτει αποτελεί μοναδική λύση

Ο αλγόριθμος

1. Διάταξε τους συμμετέχοντες σε αύξουσα σειρά ως προς τις απαιτήσεις τους
2. Δώσε ίδιο τμήμα της περιουσίας σε όλους τους συμμετέχοντες έως ότου το άτομο με την μικρότερη απαίτηση λάβει τη μισή από την ποσότητα που διεκδικεί
3. Δώσε ίδιο τμήμα της υπόλοιπης περιουσίας σε όλους τους συμμετέχοντες εκτός από αυτόν με τη μικρότερη απαίτηση έως ότου το άτομο με την επόμενη μικρότερη απαίτηση λάβει μισή από την ποσότητα που διεκδικεί
4. Συνέχισε με τον ίδιο τρόπο έως ότου κάθε συμμετέχων λάβει μισή από την ποσότητα που απαιτούσε αρχικά
5. Τώρα δούλεψε αντίστροφα: στο άτομο που αρχικά διεκδικούσε την μεγαλύτερη ποσότητα δώσε από τη διαφορά αυτού που ζητούσε μείον ό,τι έλαβε ποσότητα τόση ώστε πλέον η απώλειά του να ισούται με την απώλεια του ατόμου που διεκδικούσε αρχικά τη δεύτερη υψηλότερη ποσότητα
6. Δώσε ίδιο τμήμα της περιουσίας στα 2 άτομα που αρχικά διεκδικούσαν τις μεγαλύτερες ποσότητες έως ότου οι απώλειές τους να ισούνται με την απώλεια του επόμενου ατόμου
7. Συνέχισε έως ότου όλες οι απώλειες είναι ίδιες ή εξαντληθεί η περιουσία

Εφαρμογή του αλγορίθμου \Leftrightarrow λύση του Ταλμούδ

**Μέγεθος
περιουσίας**

	Διεκδικούμενο ποσό			
	100	200	300	
50	16 2/3	16 2/3	16 2/3	equal division
100	33 1/3	33 1/3	33 1/3	
150	50	50	50	100 has 1/3 of claim
200	50	75	75	
250	50	100	100	200 has 1/3 of claim
300	50	100	150	
350	50	100	200	loss is 100; credit 200-claim now
400	50	125	225	
450	50	150	250	loss is 50; credit 100-claim now
500	66 2/3	166 2/3	266 2/3	
550	83 1/3	183 1/3	283 1/3	
600	100	200	300	

Αναφορές

- <http://mindyourdecisions.com/blog/2008/06/10/how-game-theory-solved-a-religious-mystery/#.VSVBhvAu9sY>
- <http://dept.econ.yorku.ca/~jros/docs/AumannGame.pdf>
- <http://www.math.upenn.edu/~chhays/lecture27.pdf>

Το πρόβλημα...

- Στο πλαίσιο της Θεωρητικής Επιστήμης των Υπολογιστών, των Μαθηματικών, των Οικονομικών, το πρόβλημα καλείται **Fair Division – Δίκαιη Κατανομή...**



Δίκαιη Κατανομή (Fair Division)

- Το ζητούμενο είναι **να μοιραστεί σύνολο από αγαθά ή πόρους** μεταξύ **ατόμων/μερών** που δικαιούνται μέρος τους έτσι ώστε κάθε άτομο/μέρος να λάβει το **μερίδιό του**
- Το πρόβλημα ανακύπτει σε πολλές **πραγματικές περιστάσεις**
 - Δημοπρασίες
 - Διαζύγια
 - Ανάθεση ραδιοφάσματος
 - Διαχείριση εναέριας κυκλοφορίας
 - Εκμετάλλευση Δορυφόρων Παρακολούθησης της Γης για περιβάλλον, μετεωρολογία, κατασκευή χαρτών, κτλ



Δίκαιη Κατανομή (Fair Division)

- Αποτελεί ενεργό ερευνητική περιοχή για τα Μαθηματικά, τα Οικονομικά, την Επιστήμη των Υπολογιστών (ειδικά τη Θεωρία Κοινωνικής Επιλογής), τη Θεωρία Παιγνίων, την Επίλυση Διαφορών, κτλ
 - Θεωρία Κοινωνικής Επιλογής (Social Choice Theory/ Social Choice): αναλύει το συνδυασμό ατομικών απόψεων, προτιμήσεων, συμφερόντων, ευημερίας (welfare) για να ληφθεί μια συλλογική απόφαση ή να επιτευχθεί κοινωνική ευημερία (κατά μία έννοια)
- Κεντρική ιδέα του προβλήματος της Δίκαιης Κατανομής: το **μοίρασμα** πρέπει να γίνεται **από τους ίδιους τους παίκτες/συμμετέχοντες**, ίσως με τη βοήθεια ενός μεσολαβητή αλλά σίγουρα όχι με διαιτησία, αφού μόνο **οι ίδιοι οι συμμετέχοντες γνωρίζουν τι αξία αποδίδουν στα αγαθά**

Δίκαιη Κατανομή (Fair Division)

- Υπάρχουν διάφορες **εκδοχές** προβλημάτων Δίκαιης Κατανομής
 - Ανάλογα με το **είδος των αγαθών** που μοιράζονται
 - Ανάλογα με τα **κριτήρια δικαιοσύνης**
 - Ανάλογα με τη **φύση των παικτών** και τις **προτιμήσεις** τους
 - Ανάλογα με άλλα κριτήρια αξιολόγησης της **ποιότητας της κατανομής**
- Η μαθηματική εκδοχή του προβλήματος αποτελεί **αφαιρετική** προσέγγιση πραγματικών προβλημάτων
 - Δεδομένου ενός συνόλου αγαθών X και μιας ομάδας n παικτών, κατανομή είναι μια διαμέριση του X με πληθάρημο ίσο με τον αριθμό των παικτών
- Η θεωρία της Δίκαιης Κατανομής
 - παρέχει σαφή **κριτήρια** για διάφορους τύπους δικαιοσύνης
 - αποσκοπεί στην ανάπτυξη διαδικασιών (δηλ., **αλγορίθμων**) για επίτευξη δίκαιης κατανομής (ή την απόδειξη αδυναμίας ύπαρξης) και στη **θεωρητική και πρακτική μελέτη των ιδιοτήτων τους**



Δίκαιη Κατανομή: η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών



Δίκαιη Κατανομή: η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών

- The method of Sealed Bids
- Προβλήματα Δίκαιης Κατανομής στα οποία τα **αντικείμενα** είναι **διακριτά**
- Σενάριο:
 - Ο Κώστας και η Ελένη παίρνουν διαζύγιο και μοιράζουν την περιουσία τους
 - Πρέπει να αποφασιστεί ποιος θα πάρει ένα σπάνιο **πίνακα ζωγραφικής**
 - Η **Ελένη** πιστεύει ότι αξίζει **€1000** και ο **Κώστας** πιστεύει ότι αξίζει **€600**
 - Αν ήσασταν ο δικαστής της υπόθεσης, πώς θα διαχειριζόσασταν το ζήτημα;

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών

- Μέθοδος Δίκαιης Κατανομής για παίγνιο με **πολλούς συμμετέχοντες και διακριτά αγαθά**
- Η καλύτερη μέθοδος για παίγνια όπου τα αγαθά αξιολογούνται με πολύ διαφορετικό τρόπο από τους συμμετέχοντες
 - Κάποιος παίκτης μπορεί να δίνει μεγάλη αξία σε ένα αυτοκίνητο, ενώ ένας άλλος σε ένα οίκημα...
- Η μέθοδος **μοιάζει με δημοπρασία** αλλά μπορεί να απαιτηθεί από τους παίκτες καταβολή «μετρητών»

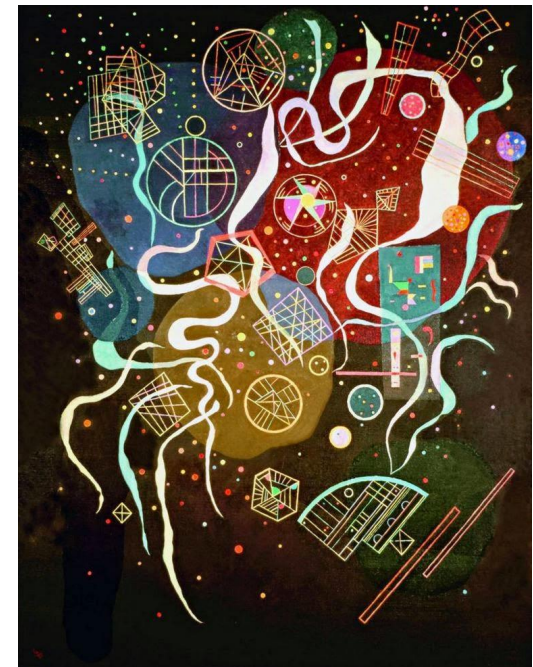


Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών

- 1. Υποβολή προσφορών (Bidding):** κάθε παίκτης διατυπώνει - ιδιωτικά - την αξία που δίνει σε κάθε αντικείμενο
 - Οι παίκτες μπορούν να δουν τις προσφορές των άλλων παικτών μόνον αφού υποβληθούν όλες
- 2. Ανάθεση (Allocation):** Κάθε αντικείμενο ανατίθεται στον παίκτη που το αξιολογεί υψηλότερα
- 3. Αρχικός Διακανονισμός (First Settlement):** Στη συνέχεια, κάθε παίκτης είτε καταβάλλει είτε λαμβάνει χρήματα για να διασφαλιστεί η δίκαιη κατανομή
- 4. Μοίρασμα του Πλεονάσματος (Division of Surplus):** Συνήθως, περισσεύουν χρήματα που ισοκατανέμονται στους παίκτες

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- 4 αδέρφια, ο Γιώργος, ο Δημήτρης, η Μαρία και η Χαρά, κληρονόμησαν από κοινού ένα διαμέρισμα, ένα ταχύπλοο και ένα έργο τέχνης
- Πώς θα μοιραστούν τα αγαθά στα 4 αδέρφια με τη μέθοδο των σφραγισμένων προσφορών;



Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- **Βήμα 1-Υποβολή Προσφορών:** κάθε παίκτης διατυπώνει την αξία που νομίζει ότι έχει κάθε αντικείμενο και υποβάλλει την προσφορά του (π.χ., σφραγισμένη μέσα σε ένα φάκελο)
 - Υποθέστε ότι τα ποσά αναφέρονται σε χιλιάδες ευρώ

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- **Βήμα 1-Υποβολή Προσφορών:** κάθε παίκτης διατυπώνει την αξία που νομίζει ότι έχει κάθε αντικείμενο και υποβάλλει την προσφορά του (π.χ., σφραγισμένη μέσα σε ένα φάκελο)
 - Υποθέστε ότι τα ποσά αναφέρονται σε χιλιάδες ευρώ
 - Μια δίκαιη κατανομή θα ήταν η εξής:

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10
	256	300	224	260
	64	75	56	65

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- **Βήμα 2-Ανάθεση:** κάθε αντικείμενο δίνεται στον παίκτη που το αποτιμά υψηλότερα (σε περίπτωση ισοπαλίας διαλέγουμε τυχαία)

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10
	256	300	224	260
	64	75	56	65
Αξία Αντικειμένων	50	270	0	0

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- **Βήμα 3-Πρώτος Διακανονισμός:** για κάθε παίκτη, συγκρίνουμε την αξία των αντικειμένων που έλαβε με το μερίδιό του στη δίκαιη κατανομή για να δούμε πόσα χρήματα πρέπει να λάβει ή να καταβάλλει

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10
	256	300	224	260
	64	75	56	65
Αξία Αντικειμένων	50	270	0	0
Πρώτος Διακανονισμός	14	-195	56	65

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- Συνοψίζοντας:
 - Ο Γιώργος παίρνει το ταχύπλοο και €14K
 - Ο Δημήτρης παίρνει το διαμέρισμα και το έργο τέχνης και οφείλει €195K
 - Η Μαρία πρέπει να λάβει €56K
 - πρέπει να λάβει €65K

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10
	256	300	224	260
	64	75	56	65
Αξία Αντικειμένων	50	270	0	0
Πρώτος Διακανονισμός	14	-195	56	65

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

- **Βήμα 4-Μοίρασμα του Πλεονάσματος:** περισσεύουν χρήματα που πρέπει να μοιραστούν εξίσου σε όλους τους παίκτες
 - $195 - 14 - 56 - 65 = 60$, €60K
 - €15K

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10
	256	300	224	260
	64	75	56	65
Αξία Αντικειμένων	50	270	0	0
Πρώτος Διακανονισμός	14	-195	56	65

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

Υπολογιστική επιστήμη και πολιτισμός – Δίκαιη κατανομή

	200	250	180	210
	50	30	40	40
	6	20	4	10
	256	300	224	260
	64	75	56	65
Αξία Αντικειμένων	50	270	0	0
Πρώτος Διακανονισμός	14	-195	56	65
Μοίρασμα του Πλεονάσματος	15	15	15	15
Τελικός διακανονισμός	29	-180	71	80

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: παράδειγμα

Υπολογιστική επιστήμη και πολιτισμός – Δίκαιη κατανομή

			-	-
	64	75	56	65
Αξία Αντικειμένων	50	270	0	0
Αξία μετρητών	29	-180	71	80
Αξία Μεριδίου	79	90	71	80

” 15,000
õ !

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών στην πράξη

- Στην τάξη...
- Φανταστείτε ότι τα αγαθά που πρέπει να μοιραστούν είναι
 - Πτυχίο με βαθμό 10
 - Πληρωμένο ταξίδι για όπου θέλετε
 - Πολυτελές σπίτι με πληρωμένα τα έξοδα
- Ας εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο των σφραγισμένων προσφορών για να αποφασίσουμε πώς θα γίνει μια δίκαιη κατανομή

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών στην πράξη

- Τι θα γινόταν αν επιτρεπόταν σε κάποιον από εσάς να αλλάξει την προσφορά του;
- Τι θα γινόταν αν μετά επιτρεπόταν και σε κάποιον άλλον από εσάς να αλλάξει την προσφορά του;
- Αν κάποιος από εσάς που γνώριζε την υψηλή προσφορά που έκανε ο τελικός λήπτης ενός επιθυμητού αγαθού, πώς θα άλλαζε την αρχική του προσφορά;
- ⇒ Η υπόθεση της Ιδιωτικότητας έχει εξαιρετική σημασία!!!



Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: σύνοψη

- **Πλεονεκτήματα** 😊
 - Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών δουλεύει καλά όταν η κατανομή αφορά σε λίγα αντικείμενα τα οποία οι παίκτες/συμμετέχοντες εκτιμούν διαφορετικά
 - Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών ενθαρρύνει την τιμιότητα!
 - Αν για ένα επιθυμητό αντικείμενο κάνουμε μια πολύ μικρή προσφορά, μπορεί τελικά να μην είναι αρκετή για να μας εξασφαλίσει το αντικείμενο
 - Αν για ένα μη επιθυμητό αντικείμενο κάνουμε μια πολύ μεγάλη προσφορά, μπορεί τελικά να καταλήξουμε στην καταβολή μεγάλου χρηματικού ποσού εξαιτίας ενός αντικειμένου που δεν επιθυμούμε
 - Η υπόθεση της ιδιωτικότητας είναι εξαιρετικά σημαντική: θα είχαμε μεγάλο πλεονέκτημα αν γνωρίζαμε τις προσφορές των άλλων παικτών/συμμετεχόντων

Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών: σύνοψη

- Μειονέκτημα ☹
 - Η μέθοδος των σφραγισμένων προσφορών απαιτεί από τους παίκτες/συμμετέχοντες να διαθέτουν αρκετά μετρητά για να μπορούν να καλύψουν τις προσφορές τους
 - Η υπόθεση αυτή μπορεί να μην ισχύει πάντα στην πράξη