

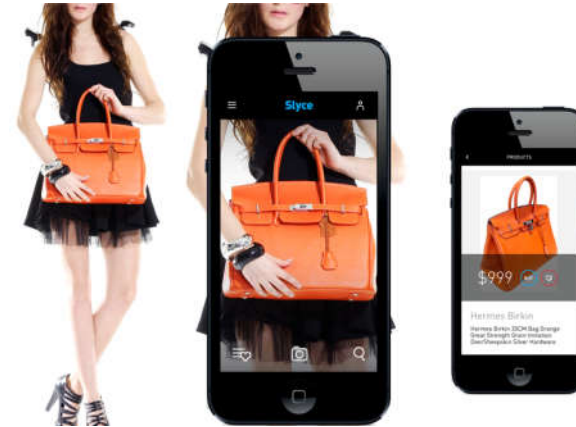
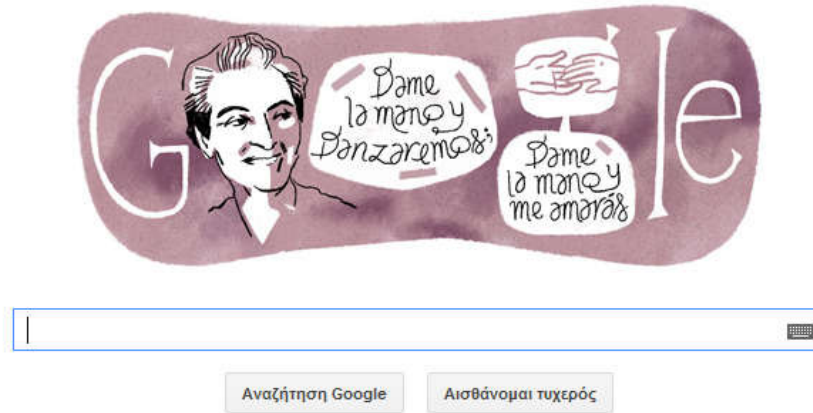
Μοντελοποίηση υπολογισμού

Κανονικές εκφράσεις

Κανονικές εκφράσεις

- Συστηματικός τρόπος περιγραφής γλωσσών
 - Απαρίθμηση των συμβολοσειρών μιας γλώσσας - που μπορεί να είναι άπειρη - μέσω ακολουθιών συμβόλων πεπερασμένου μήκους
- Κανονικές εκφράσεις \Leftrightarrow Γραμματικές τύπου 3
 - Στο αριστερό μέρος κάθε κανόνα υπάρχει μία μεταβλητή
 - Στο δεξί μέρος κάθε κανόνα υπάρχει το πολύ μία μεταβλητή που αν υπάρχει είναι το τελευταίο σύμβολο της λέξης
 - $R = \{S \rightarrow abS | bcS | bbS | a | cb\}$
 - Συλλαμβάνουν απλά πρότυπα
 - Απλές αναδρομές
- Οι κανονικές εκφράσεις μπορούν να περιγράψουν τις γλώσσες που αναγνωρίζονται από πεπερασμένα αυτόματα

Κανονικές εκφράσεις;



Αναζήτηση βάσει εικόνας ✕

Πραγματοποιήστε αναζήτηση στο Google χρησιμοποιώντας εικόνες, αντί για κείμενο. Προσπαθήστε να σύρετε μια εικόνα εδώ.

ministic or randomized way - of an appropriate subset of sensor nodes that must remain active. We use cellular automata for conducting simulations in order to evaluate the performance of these algorithms and investigate the effect/role of the neighbourhood selection in the efficient application of our algorithms. Furthermore, we implement our simulations in Matlab, Java and Python in order to investigate in which ways the selection of an appropriate programming environment can facilitate experimentation and can result in more efficient application of our algorithms.

Keywords: Cellular automata, neighbourhood, topology control, WSN, simulation, Matlab, Java, Python

1. Introduction

A cellular automaton (CA) [22] is a physical system in which space is discretized into a regular lattice of cells. In each time step, every cell updates its state using a transition rule that takes as input the states of all cells in its neighbourhood. The state of all cells in time is called configuration.

A cellular automaton is a discrete computational model, which is capable to provide the same computational power as Turing Machine, therefore it is Turing Complete. Cellular automata were firstly used by Jon von Neumann [22] in late 1940s when he was trying to describe a self-reproducing automaton. He succeeded by introducing two dimensional Von Neumann's cellular

Κανονικές εκφράσεις

- Κανονική έκφραση ορισμένη σε ένα αλφάβητο Σ είναι μια λέξη του αλφαβήτου $\Sigma \cup \{\cup, *, (,), \emptyset\}$



- Αν $\Sigma = \{0, 1\}$ τότε κανονικές εκφράσεις στο αλφάβητο αυτό περιέχουν τα σύμβολα: $0, 1, \cup, *, (,), \emptyset$



Κανονικές εκφράσεις

- Το σύμβολο \cup σημαίνει ένωση (διάζευξη): $0\cup 1$ σημαίνει «το σύμβολο 0 ή το σύμβολο 1»


0 \cup 1

- Η παράθεση δύο εκφράσεων προκύπτει αν γράψουμε τη μία έκφραση μετά την άλλη χωρίς κενό μεταξύ τους: $(0\cup 1)0 = \{00, 10\}$

(0 \cup 1) 0

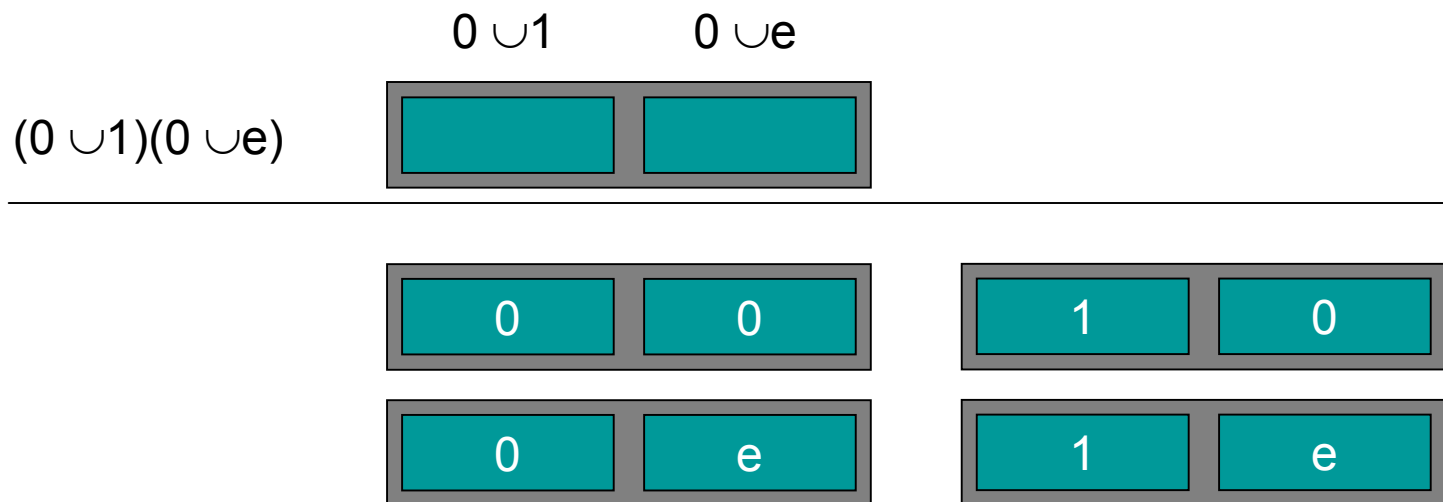
- Οι παρενθέσεις () χρησιμοποιούνται για ομαδοποίηση

(0 \cup 1) 0



Κανονικές εκφράσεις

- Το σύμβολο ϵ αναπαριστά την κενή λέξη
 - Η κανονική έκφραση ϵ αναπαριστά το $\{\epsilon\}$
 - Η κανονική έκφραση $(0 \cup 1)(0 \cup \epsilon)$ περιγράφει το σύνολο $\{00, 0, 10, 1\}$



Κανονικές εκφράσεις

- Το σύμβολο $*$ σημαίνει κανένα ή περισσότερα αντίγραφα
- Η κανονική έκφραση a^* περιγράφει το σύνολο $\{e, a, aa, aaaa, \dots\}$

Κανονικές εκφράσεις: ορισμός

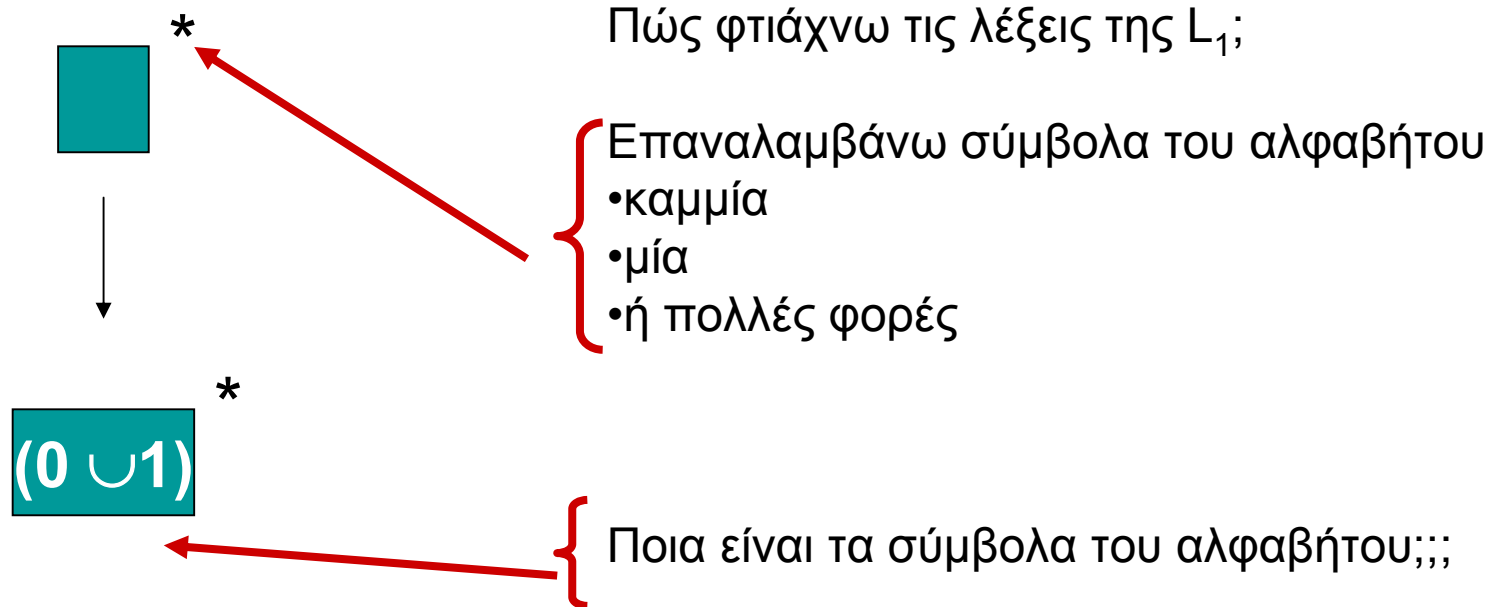
- Επαγωγικός ορισμός για κανονικές εκφράσεις ορισμένες σε ένα αλφάβητο Σ
 - (βάση): \emptyset είναι κανονική έκφραση
 - (επαγωγή)
 - Αν a και b είναι κανονικές εκφράσεις
 - $\Rightarrow (ab)$ είναι κανονική έκφραση
 - $\Rightarrow (a \cup b)$ είναι κανονική έκφραση
 - Αν a είναι κανονική έκφραση
 - $\Rightarrow (a^*)$ είναι κανονική έκφραση
 - Οτιδήποτε ΔΕΝ προκύπτει από τα παραπάνω ΔΕΝ είναι κανονική έκφραση

Κανονικές εκφράσεις

- Μπορούν να αναπαραστήσουν γλώσσες με **σχετικά απλή δομή**
 - a^* : κανένα, ένα ή περισσότερα a
 - $\epsilon, a, aa, aaaaaa, aaaaaaaaaaaaaa, \dots$
 - a^*b^* : κανένα, ένα ή περισσότερα a που ακολουθούνται από κανένα, ένα ή περισσότερα b
 - $\epsilon, a, aa, aaaaaa, aaaaaaaaaaaaaa, b, bb, aaaabbbb, abbb$
- Δεν μπορούν να αναπαραστήσουν γλώσσες με **πολυπλοκότερη δομή**
 - Το σύνολο των λέξεων που έχουν ίδιο πλήθος a και b και τα a προηγούνται των b
 - $aaaabbbb, ab, aabb, aaaaaabbbbb, \dots$

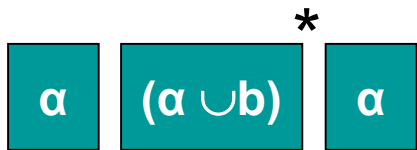
Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_1 = \{\text{όλες οι δυαδικές συμβολοσειρές}\}$
 - ▶ $(0 \cup 1)^*$



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ αρχίζει με και καταλήγει σε } a\}$
 - ▶ $a(a \cup b)^* a \cup a$



Πώς φτιάχνω τις λέξεις της L_2 ;

Με τον τρόπο 1 ή με τον τρόπο 2

Τρόπος 1: αν η λέξη έχει 2 ή παραπάνω σύμβολα:
Βάζω ένα α στην αρχή και ένα α στο τέλος
Μπορεί να παρεμβάλλεται σύμβολο του αλφαβήτου

- καμμία
- μία
- ή πολλές φορές

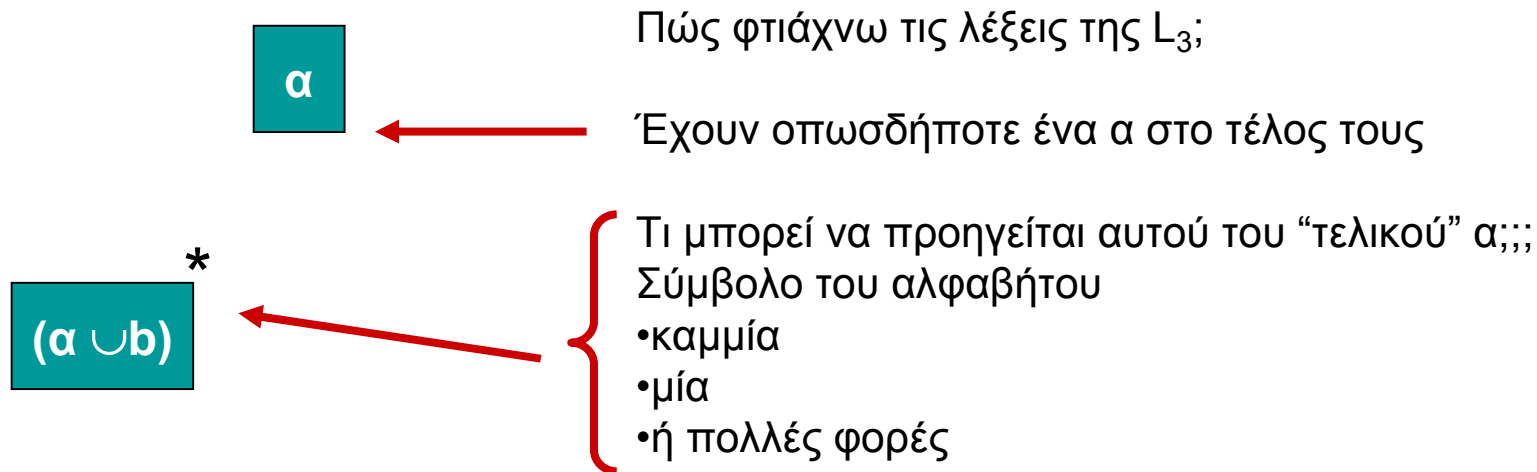
Τρόπος 2: αν η λέξη έχει 1 μόνο σύμβολο:
Ok – αρκεί να είναι το α

∪

α

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ καταλήγει σε } a\}$
 - ▶ $(a \cup b)^* a$



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid ab \text{ και } ba \text{ υποσυμβολοσειρές της } w\}$
 - ▶ $KabKbaK \cup KbaKabK \cup KabaK \cup KbabK$ με $K = (a \cup b)^*$

Πώς φτιάχνω λέξεις της L_4 ;;;

Πρέπει μέσα σε αυτές να εμφανίσω τις υπολέξεις ab και ba

Οι υπολέξεις αυτές μπορεί να εμφανίζονται χωριστά ή ανακατεμένες (“επικαλυπτόμενες”)



Πρώτα η ab και μετά η ba

ή

Πρώτα η ba και μετά η ab



Τι μπορεί να παρεμβάλλεται;

Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...



Πρώτα η ab και μετά η ba

ή

Πρώτα η ba και μετά η ab



Τι μπορεί να προηγείται ή να έπεται;

Σύμβολο του αλφαβήτου

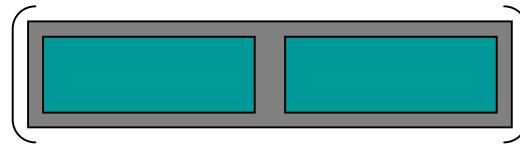
καμμία, μία ή πολλές φορές...



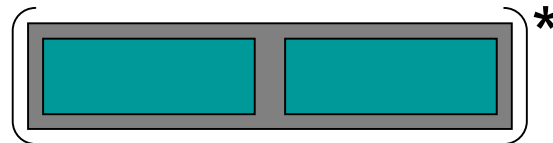
Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| : \text{άρτιος}\}$
 - ▶ $((a \cup b)(a \cup b))^*$ ή $(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$

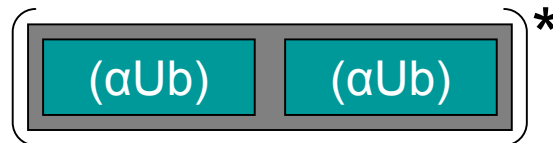
Πώς φτιάχνω λέξεις της L_5 ;;;
Πρέπει να περιέχουν μόνο ζευγάρια



Πόσα;;;; Κανένα, ένα ή πολλά...



Κάθε μέλος του ζευγαριού τι μπορεί να είναι;
Σύμβολο του αλφαβήτου...



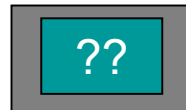
Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| : \text{άρτιος}\}$
 - ▶ $((a \cup b)(a \cup b))^* \text{ ή } (aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$

Πώς φτιάχνω λέξεις της L_5 ;;;
Πρέπει να περιέχουν μόνο ζευγάρια



Πόσα;;;; Κανένα, ένα ή πολλά...



Από ποια ζευγάρια διαλέγω;;;;

Από αυτά που μπορώ να φτιάξω με σύμβολα του αλφαβήτου...

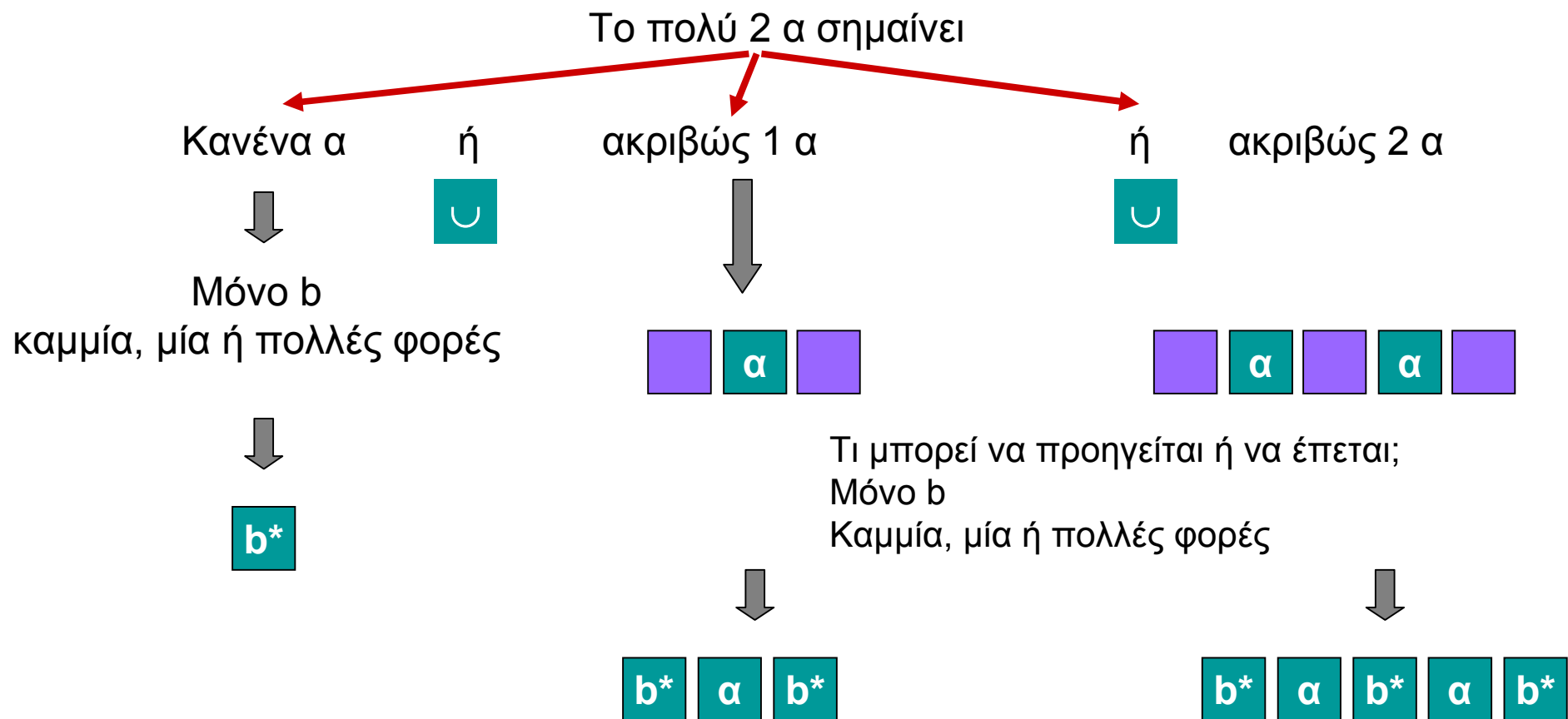


Εναλλακτικά

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

► $L_6 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ περιέχει το πολύ δύο } a\}$

► $b^* \cup b^*ab^* \cup b^*ab^*ab^*$



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| : \text{περιττός}\}$
 - ▶ $(a \cup b)((a \cup b)(a \cup b))^*$ ή $(a \cup b)(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$

Περιττό πλήθος συμβόλων σημαίνει

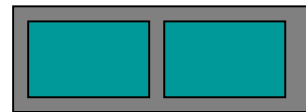
Οποσδήποτε 1 σύμβολο και μετά (ή πριν, το ίδιο είναι) μόνο ζευγάρια συμβόλων



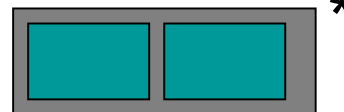
Τι μπορεί να είναι το 1 σύμβολο;

Ποια σύμβολα έχει το αλφάβητο;

$a \cup b$

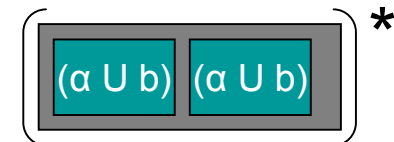
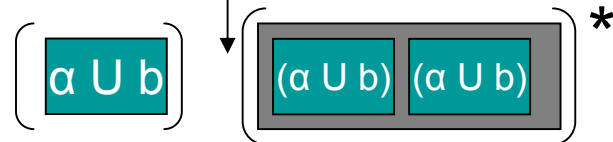


Πόσα ζευγάρια μπορεί να έχω;
Κανένα, ένα ή πολλά...



Ποια σύμβολα μπορεί να περιέχουν;

Ποια σύμβολα έχει το αλφάβητο;



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| : \text{περιττός}\}$
 - ▶ $(a \cup b)((a \cup b)(a \cup b))^*$ ή $(a \cup b)(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$

Περιττό πλήθος συμβόλων σημαίνει

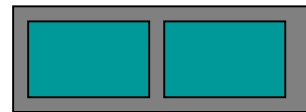
Οποσδήποτε 1 σύμβολο και μετά (ή πριν, το ίδιο είναι) μόνο ζευγάρια συμβόλων



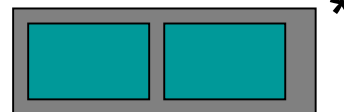
Τι μπορεί να είναι το 1 σύμβολο;

Ποια σύμβολα έχει το αλφάβητο;

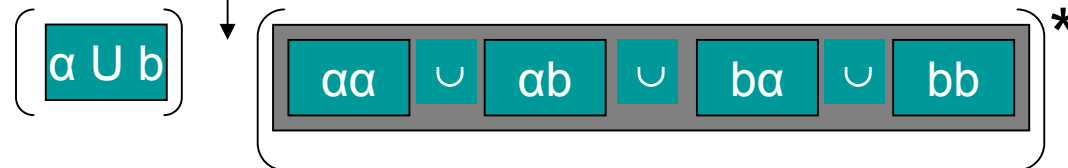
$a \cup b$



Πόσα ζευγάρια μπορεί να έχω;
Κανένα, ένα ή πολλά...



Ποια μπορεί να είναι τα ζευγάρια;



Εναλλακτικά

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_8 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w_a : \text{άρτιος}\}$
 - ▶ $(b \cup ab^*a)^*$

Αφού θέλω άρτιο πλήθος α τις λέξεις τις φτιάχνω πλέον από 2 ειδών τουβλάκια

Τουβλάκια “b”



Η



Τουβλάκια με ζευγάρια “α”

Μας ζήτησαν τα άρτια α να είναι “δίπλα-δίπλα”;

ΌΧΙ – Τι μπορεί να παρεμβάλλεται;
Κανένα, ένα ή πολλά b

ab^*a

Πόσα “τουβλάκια” μπορώ να χρησιμοποιώ;;;
Κανένα, ένα ή πολλά...



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_9 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ περιέχει το } 1 \text{ τουλάχιστον μία φορά}\}$
 - ▶ $(0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1)^*$

1 τουλάχιστον μία φορά σημαίνει οπωσδήποτε ένα 1



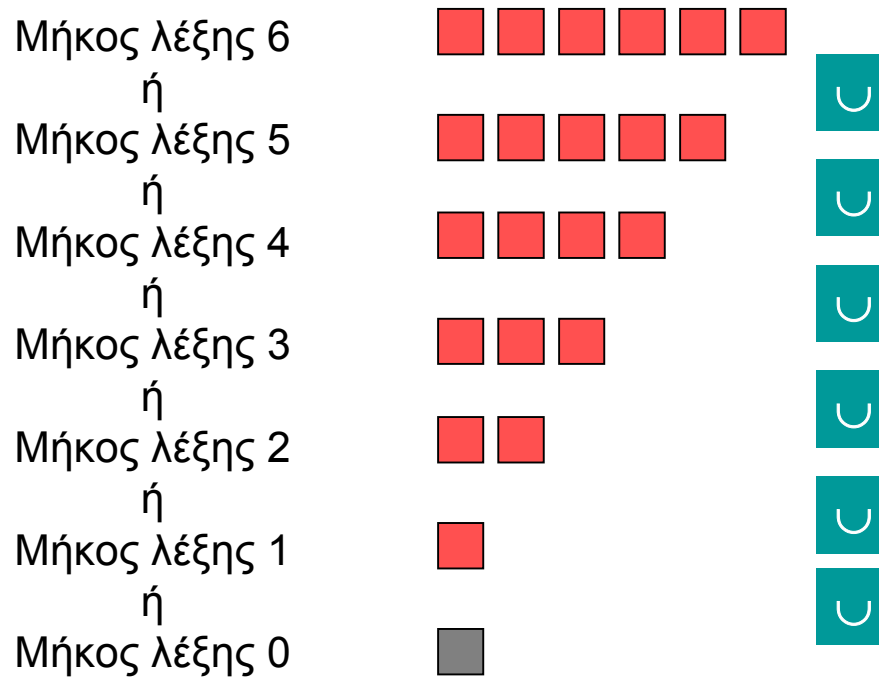
Τι μπορεί να προηγείται ή να έπεται;
Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{10} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \leq 6\}$
 - ▶ $(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)$

Μήκος λέξης το πολύ 6 σημαίνει

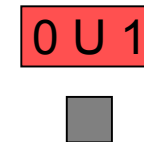


ΑΛΛΑ...

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{10} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \leq 6\}$
 - ▶ $(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)$

Μήκος λέξης το πολύ 6 σημαίνει



APA...

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{10} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \leq 6\}$
 - ▶ $(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)(0 \cup 1 \cup e)$

0 U 1



(0 U 1 U e) (0 U 1 U e) (0 U 1 U e) (0 U 1 U e) (0 U 1 U e) (0 U 1 U e)

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

▶ $L_{11} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ περιέχει τρεις } 1\}$

▶ $0^*10^*10^*10^*$

Αφού η λέξη ΠΡΕΠΕΙ να περιέχει 3 άσσους

1 1 1

Τι μπορεί να προηγείται ή να έπεται των άσσων αυτών;

? 1 ? 1 ? 1 ?

Το άλλο σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...

0^* 1 0^* 1 0^* 1 0^*

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{12} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ περιέχει τουλάχιστον τρεις } 1 \}$
 - ▶ $(0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1)^*$

Τουλάχιστον τρεις 1 σημαίνει οπωσδήποτε 3 άσσους

1 1 1

Τι μπορεί να προηγείται ή να έπεται των άσπων αυτών;

? 1 ? 1 ? 1 ?

Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...

$(0 \cup 1)^*$ 1 $(0 \cup 1)^*$ 1 $(0 \cup 1)^*$ 1 $(0 \cup 1)^*$

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{13} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ περιέχει τρεις συνεχόμενους } 1 \}$
 - ▶ $(0 \cup 1)^* 111 (0 \cup 1)^*$

Αφού η λέξη ΠΡΕΠΕΙ να περιέχει 3 συνεχόμενους άσσους

111

Τι μπορεί να προηγείται ή να έπεται των άσσων αυτών;

? 111 ?

Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...

$(0 \cup 1)^* 111 (0 \cup 1)^*$

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{14} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ καταλήγει σε } 1\}$
 - ▶ $(0 \cup 1)^* 1$

Αφού η λέξη ΠΡΕΠΕΙ να καταλήγει σε άσσο

1

Τι μπορεί να προηγείται του άσσου αυτού;

? 1

Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...

$(0 \cup 1)^*$ 1

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{15} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ περιέχει την } aa\}$
 - ▶ $(a \cup b)^* aa (a \cup b)^*$

Αφού η λέξη ΠΡΕΠΕΙ να περιέχει την υπολέξη aa

aa

Τι μπορεί να προηγείται ή να έπεται αυτής της υπολέξης;

? aa ?

Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές...

$(a \cup b)^*$ aa $(a \cup b)^*$

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{21} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq e \text{ και το πρώτο και το τελευταίο σύμβολο της } w \text{ είναι ίδια}\}$
 - ▶ $a \cup b \cup a(a \cup b)^* a \cup b(a \cup b)^* b$

Αφού οι λέξεις δεν μπορούν να είναι άδειες μπορούν να έχουν

1 σύμβολο

$a \cup b$

ή

\cup

2 ή παραπάνω σύμβολα

Πρώτο και τελευταίο σύμβολο ίδια

$a ? a \cup b ? b$

Τι μπορεί να παρεμβάλλεται;
Κανένα, ένα ή πολλά σύμβολα του αλφαβήτου

$a (a \cup b)^* a \cup b (a \cup b)^* b$

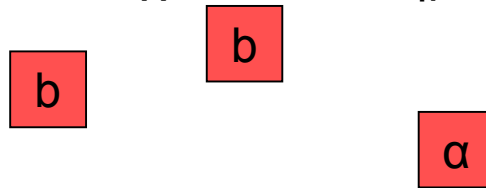
$a \cup b \cup a (a \cup b)^* a \cup b (a \cup b)^* b$

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

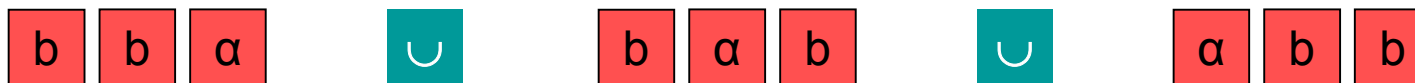
- ▶ $L_{22} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ έχει τουλάχιστον δύο } b \text{ και τουλάχιστον ένα } a\}$

- ▶ $KaKbKbK \cup KbKaKbK \cup KbKbKaK$ με $K = (a \cup b)^*$

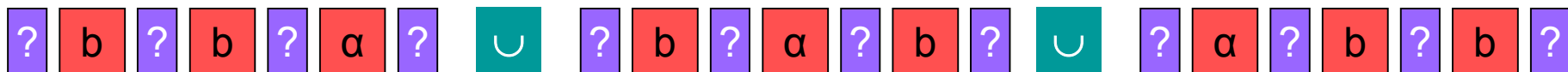
Τουλάχιστον 2 b και τουλάχιστον 1 a σημαίνει οπωσδήποτε 2 b και 1 a



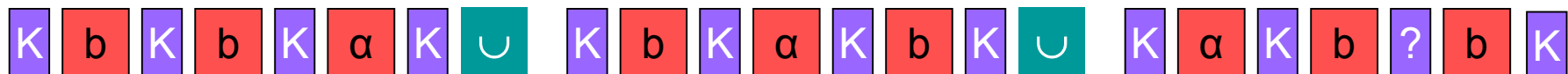
Με ποια σειρά;;; Με κάθε δυνατή σειρά...



Τι μπορεί να προηγείται, να έπεται ή να παρεμβάλλεται;;;



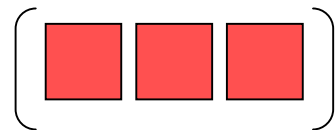
Σύμβολο του αλφαβήτου καμμία, μία ή πολλές φορές... $(a \cup b)^* \rightarrow K$



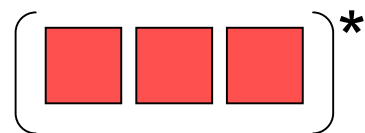
Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{23} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ έχει μήκος πολλαπλάσιο του } 3\}$
 - ▶ $((a \cup b)(a \cup b)(a \cup b))^*$

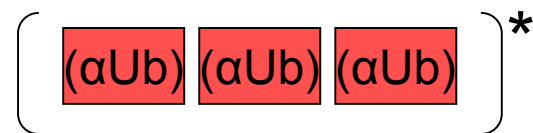
Για να είναι το μήκος της λέξης πολλαπλάσιο του 3 πρέπει να περιέχει 3άδες



Πόσες τριάδες;;;;
Καμμία, μία ή πολλές...



Το κάθε μέλος τι μπορεί να είναι;
Σύμβολο του αλφαβήτου...



Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{24} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ έχει } 1 \text{ στη δεύτερη ή την τρίτη θέση από το τέλος της}\}$

- ▶ $(0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1) \cup (0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1) (0 \cup 1)$

Λέξεις με 1 στη 2^η θέση από το τέλος



Λέξεις με 1 στην 3^η θέση από το τέλος

?????	1	?
-------	---	---

Οι υπόλοιπες θέσεις τι μπορούν να περιέχουν;;;
 Η τελευταία και η 3^η από το τέλος 0 ή 1 και
 οι αρχικές κανένα, ένα ή πολλά 0 ή 1

$(0 \cup 1)^*$	1	$(0 \cup 1)$
----------------	---	--------------

?????	1	?	?
-------	---	---	---

Οι υπόλοιπες θέσεις τι μπορούν να περιέχουν;;;
 Η τελευταία και η 3^η από το τέλος 0 ή 1 και
 οι αρχικές κανένα, ένα ή πολλά 0 ή 1

$(0 \cup 1)^*$	1	$(0 \cup 1)$	$(0 \cup 1)$
----------------	---	--------------	--------------

$(0 \cup 1)^*$	1	$(0 \cup 1)$	∪	$(0 \cup 1)^*$	1	$(0 \cup 1)$	$(0 \cup 1)$
----------------	---	--------------	---	----------------	---	--------------	--------------

Κανονικές εκφράσεις: παραδείγματα

- ▶ $L_{25} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ περιέχει άρτιο αριθμό από } 0\}$
 - ▶ $(1 \cup 01^*0)^*$

Αφού θέλω άρτιο πλήθος 0 τις λέξεις τις φτιάχνω πλέον από 2 ειδών τουβλάκια

Τουβλάκια “1”



Η



Τουβλάκια με ζευγάρια “0”

Μας ζήτησαν τα άρτια 0 να είναι “δίπλα-δίπλα”;

ΌΧΙ – Τι μπορεί να παρεμβάλλεται;
Κανένας, ένας ή πολλοί 1

01*0

Πόσα “τουβλάκια” μπορώ να χρησιμοποιώ;;;
Κανένα, ένα ή πολλά...

